적중률
판매율 1위

고등 내신 1등급을 위한

수학 기출문제집

100발 100중

· 전국 고등학교 시험지를 분석하여 뽑은 절대 적중 문제
· 실전 중심의 구성으로 빈출유형, 변형유형, 수능형 문제 수록
· 해결 전략이 필요한 문제는 쌍둥이 문제로 집중 학습
· 자주 출제되는 서술형 문제(What & How)의 훈련 및 체득

www.100bal.com 온라인 서비스 제공

수학 I (상)

고등 내신 1등급을 위한

100발 100중

수학 기출문제집

수학 Ⅰ (상)

내신 1등급을 위한 효과적인 대비 전략은?

내신을 대비하기 위해서는 자신이 다니고 있는 고등학교가 그간 어떠한 문제들을 출제하였는지 파악하는 것이 매우 중요하고, 모의고사를 대비하기 위해서는 최근 3개년 기출문제를 통해 출제 방향과 유형에 초점을 맞추어 학습하는 것이 좋다.

내신 대비 시기별 전략

6주 전까지 정확한 목표와 계획을 세워 학습하라.

시험 공부를 시작하기 전, 구체적이고 확실한 목표와 계획을 세우고 실행하면 시간을 보다 효율적으로 사용할 수 있다. 또한 과목별로 학습량의 균형을 맞출 수 있어 체계적이고 계획적인 공부가 가능해 학습 효과는 매우 뛰어나다.

4주 전까지 시험 범위에 맞게 개념을 복습하고, 유형 문제를 반복하여 풀라.

5주 전에 시험 범위가 공개되는 고등학교는 드물지만, 주변 선생님이나 선배에게 알아보면 쉽게 알 수 있다. 선행이 되어 있다면 그간 사용한 개념서와 유형서를 다시 한번 풀어 보고, 틀렸던 문제나 모르는 문제는 알 때까지 완벽하게 반복하여 푸는 것이 좋다.

4주 전부터 내신 대비 교재로 기출문제에 익숙해지라.

자신의 학교에서 출제되었던 기출문제를 푸는 것은 출제자의 출제 경향이나 난이도 파악에 있어서 매우 중요하다. 하나의 내신 대비 교재를 선정하여 2~3번 반복하여 풀되, 완벽하게 풀 수 있을 때까지 반복하여 푼다. 상위권을 목표로 하는 학생이라면 시험 대비 기간 내내 변별력을 갖추어 출제되는 고난도 문제와 고배점 서술형 문제에 대한 대비를 항상 병행한다.

2주 전부터 실전대비 모의고사 문제로 실전 감각을 키우라.

학교 시험에서는 시간이 부족하여 문제를 다 풀지 못하는 학생이 90%에 달한다. 주변 학교 기출문제나 여러 수학 교재에 수록된 실전대비 모의고사로 시간을 체크해 가며 실전 감각을 익히는 것이 좋다.

내신대비 교재 활용 방법

1단계	문제의 개수나 교재의 쪽수를 정하여 문제를 푼다.	문제를 풀면서 △ 또는 ☆ 표시를 다음과 같이 한다. △: 헷갈리는 문제, 개념이 부족한 문제, 답에 자신이 없는 문제 ☆: 몰라서 풀지 못한 문제
2단계	채점한다.	시간이 절대적으로 부족하지 않다면 해설은 보지 말고 채점만 한다.
3단계	틀린 문제와 헷갈리는 문제를 다시 푼다.	1단계에서 △ 표기한 문제를 다시 풀어 보고, 답만 확인한다. ☆ 표기한 문제는 선생님께 물어서 꼭 해결한다.
4단계	틀린 문제와 헷갈리는 문제를 반복하여 푼다.	내가 틀렸던 문제는 반드시 나온다는 마음가짐으로 내신 대비를 하는 것이 좋다. 반복 또 반복한다. 절대 후회하지 않는다.
5단계	해설지를 보고 자신의 답과 비교해 본다.	해설지를 먼저 보는 것이 나쁜 방법은 아니다. 그러나 시간을 들여 문제 해결을 위한 충분한 고민을 한다면 수학 실력 향상에 큰 도움이 될 것이다.
6단계	전체 문제를 재확인한다.	기간을 두고 다시 풀어 자신의 것으로 만든다. 시간이 없다면 3단계를 반복하는 것도 나쁘지 않다.
7단계	실전 감각을 키우라.	시험 시간 50분을 체크하면서 실전 감각을 기르는 것이 좋다. 문제 해결에 시간이 걸린다면 평소 계산력 훈련을 해 둔다.

이번 시험에서 나의 수학 성적 목표

스스로 목표를 설정하고 도전하라.

미래를 예측하는 가장 좋은 방법은
미래를 만들어 내는 것이다.
- 스티브 잡스-

이 말을 여러분들이 실천하시길 바랍니다.
아는 것을 실천하는 위대한
일은 누구나 할 수는 없습니다.

격려의 글

자유로운 상상은
생각하는 힘이 필요하다.
수학 세상에서 여러분의
꿈을 이루길 희망합니다.

수학을 공부한다는 것은
오른손잡이인 사람이 투수가 되기 위해
왼손으로 공 던지는 것을 연습하는 것과 같습니다.
연습을 조금이라도 게을리한다면
결코 성공할 수 없지만, 제대로 연마하여
능수능란하게 된다면
엄청난 이점이 될 것입니다.

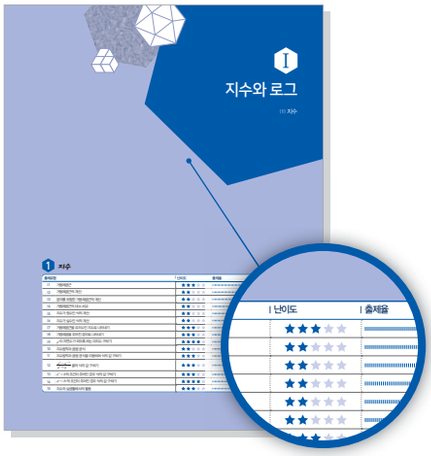
모두가 비슷한 생각을 한다는 것은
아무도 생각하고 있지 않다는 말이다.
- 아인슈타인-

수학은 생각하는 과목입니다.
이유를 생각하면서 공부하면
좋은 성적을 얻을 수 있습니다.

실제 내신 시험에 나온 많은
최신 문항들을 철저하게 분석하여
출제가 가장 유력한 문제들과 유사 문항으로
구성하였습니다.
이 교재가 시험 대비를 하는 여러분에게
가장 도움이 되는 한 권의 책이
되었으면 좋겠습니다.

이 책의 구성과 특징

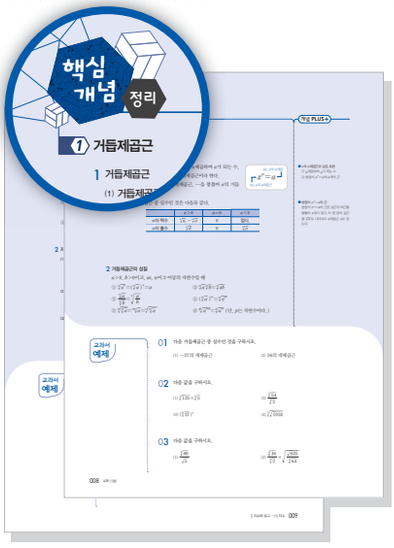
전국 고등학교 기출문제를 분석, 연구하여 다양한 유형과 난도의 문제들을 출제 비율과 빈도에 따라 중단원별로 구성하였습니다. 새로운 교과 과정의 특징과 내신 출제 유형을 한눈에 파악할 수 있도록 각 유형별 출제 비율을 제시하였습니다.



출제유형 분석 및 난이도, 출제율

자주 출제되는 유형과 그렇지 않은 유형을
구분할 수 있도록 출제유형 분석표를 제시하였습니다.

- 전국 고등학교 기출문제를 체계적으로 분석한 출제유형 수록
- 학교에서 출제되는 유형에 따라 문제해결의 체감 난도 제시
- 기출문제 분석에 따른 Database로 출제율을 제시
- 시험 대비 기간을 효율적으로 활용할 수 있도록 목표 설정



교과서 핵심개념 정리

개념과 공식을 읽어보고 주요 공식은 익숙해질 때까지 반복하여
학습해야 합니다.

- 수업 시간에 배운 교과서 개념을 체계적으로 정리
- 개념 복습이 가능하도록 교과서 예제 수록

기출 BEST 1회, 2회

하나의 유형을 2단계에 걸쳐 연습하여 확인 학습이 가능하도록 구성하였습니다.

- 가장 많이 출제되는 유형으로 구성
- 어렵지 않은 문항으로 2단계에 걸쳐 쌍둥이 문제로 구성

변형유형 집중공략

조건이나 형태가 바뀌어 일반적인 방법으로 해결이 어려운 문제는
변형유형 집중공략의 특강 형식으로 구성하여 문제해결의 접근 방법을
학습할 수 있도록 하였습니다.

서술형 What & How

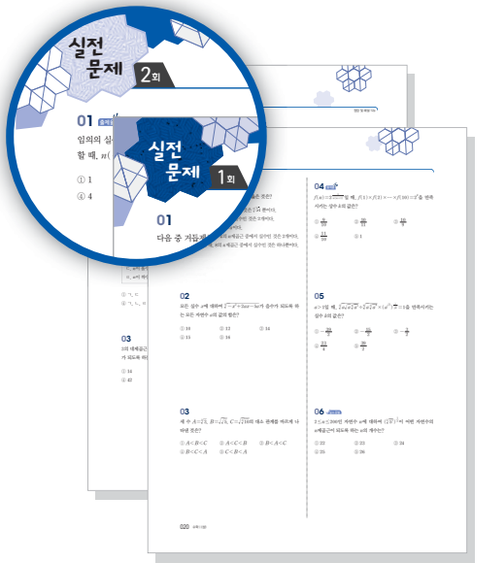
서술형은 채점 기준에 맞게만 서술하면 대체적으로 점수를 부여합니다.
따라서 답은 틀리더라도 서술 과정의 부분 점수를 포기하지 않아야 합니다.

- 출제율이 높은 서술형 문제만을 선별하여 수록
- 채점 기준에 맞게 서술할 수 있도록 구성
- 한번 더 연습할 수 있도록 같은 유형의 문제 수록

실전문제 1회, 2회

시험에서 시간 관리는 매우 중요합니다. 1문항 당 1~3분 정도, 총
30분 정도의 시간을 정해 두고 실전연습을 할 수 있습니다.

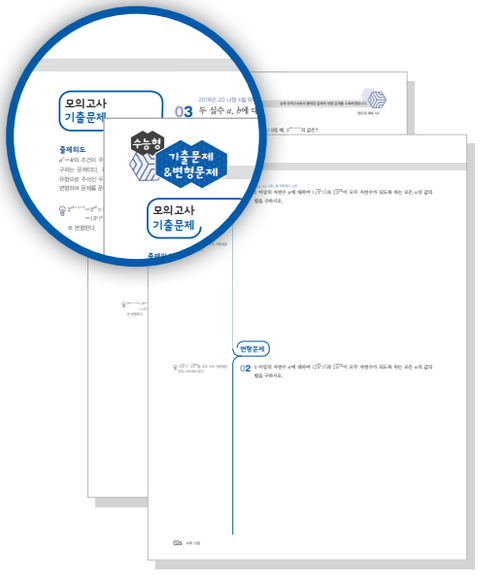
- 중요한 유형의 문제는 반복 수록
- 기출 BEST에서 다루지 못한 출제율 높은 문제 수록
- 기출 BEST보다 난도를 높게 설계
- 쌍둥이 구성이 아닌 실전형식으로 구성
- 서술형 대비를 위한 실전문제 수록



수능형 기출문제 & 변형문제

모의고사의 출제 경향을 반영하여 주요 문항을
변형문제와 함께 수록하였습니다.

- 교육청 모의고사에서 출제된 문제 수록
- 출제자의 출제의도와 문제해결 Tip 제공
- 모의고사 변형문제로 실전 연습



CONTENTS

Ⅰ 지수와 로그

(1) 지수 ····· 007

(2) 로그 ~ (3) 상용로그 ····· 029

Ⅱ 지수함수와 로그함수

(1) 지수함수 ~ (2) 지수방정식과 지수부등식 ····· 053

(3) 로그함수 ~ (4) 로그방정식과 로그부등식 ····· 087

Ⅲ 삼각함수

(1) 삼각함수 ····· 121

(2) 삼각함수의 그래프 ~ (3) 삼각함수의 그래프의 활용 ····· 143

꿈을 품고 뭔가를 할 수 있다면
그것을 시작하라.
Whatever you can do or dream you can, begin it.

새로운 일을 시작하는 용기 속에
당신의 천재성과 능력과 기적이 모두 숨어있다.
Boldness has genius, power and magic in it.

– 요한 볼프강 폰 괴테 (Johann Wolfgang von Goethe) –

Ⅰ

지수와 로그

(1) 지수

1 지수

출제유형		난이도	출제율		공부한 날짜
01	거듭제곱근	★★★☆☆		90%	월 일
02	거듭제곱근의 계산	★★☆☆☆		80%	월 일
03	문자를 포함한 거듭제곱근의 계산	★★☆☆☆		70%	월 일
04	거듭제곱근의 대소 비교	★★☆☆☆		50%	월 일
05	지수가 정수인 식의 계산	★★☆☆☆		60%	월 일
06	지수가 실수인 식의 계산	★★☆☆☆		70%	월 일
07	거듭제곱근을 유리수인 지수로 나타내기	★★★☆☆		80%	월 일
08	거듭제곱을 주어진 문자로 나타내기	★★★☆☆		80%	월 일
09	a^x이 자연수가 되도록 하는 미지수 구하기	★★★★☆		70%	월 일
10	지수법칙과 곱셈 공식	★★☆☆☆		80%	월 일
11	지수법칙과 곱셈 공식을 이용하여 식의 값 구하기	★★★☆☆		80%	월 일
12	$\frac{a^x-a^{-x}}{a^x+a^{-x}}$ 꼴의 식의 값 구하기	★★★☆☆		70%	월 일
13	$a^x=k$의 조건이 주어진 경우 식의 값 구하기	★★★☆☆		90%	월 일
14	$a^x=b^y$의 조건이 주어진 경우 식의 값 구하기	★★★★☆		90%	월 일
15	지수의 실생활에서의 활용	★★★☆☆		90%	월 일

핵심 개념 정리

1 거듭제곱근

1 거듭제곱근

(1) 거듭제곱근

실수 a와 n이 2 이상의 자연수일 때, n제곱하여 a가 되는 수, 즉 $x^n=a$를 만족시키는 x를 a의 n제곱근이라 한다.

이때 a의 제곱근, 세제곱근, 네제곱근, …을 통틀어 a의 거듭제곱근이라 한다.

$x^n=a$ (a는 x의 n제곱, x는 a의 n제곱근)

(2) 실수 a의 n제곱근 중 실수인 것은 다음과 같다.

	$a>0$	$a=0$	$a<0$
n이 짝수	$\sqrt[n]{a}$, $-\sqrt[n]{a}$	0	없다.
n이 홀수	$\sqrt[n]{a}$	0	$\sqrt[n]{a}$

2 거듭제곱근의 성질

$a>0$, $b>0$이고, m, n이 2 이상의 자연수일 때

① $\sqrt[n]{a^n}=(\sqrt[n]{a})^n=a$

② $\sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b}=\sqrt[n]{ab}$

③ $\dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}=\sqrt[n]{\dfrac{a}{b}}$

④ $(\sqrt[n]{a})^m=\sqrt[n]{a^m}$

⑤ $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}}=\sqrt[mn]{a}=\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}}$

⑥ $\sqrt[np]{a^{mp}}=\sqrt[n]{a^m}$ (단, p는 자연수이다.)

개념 PLUS+

- a의 n제곱근과 같은 표현
  ① n제곱하여 a가 되는 수
  ② 방정식 $x^n=a$의 n개의 근
- 방정식 $x^n=a$의 근
  방정식 $x^n=a$의 근은 실근과 허근을 통틀어 n개가 있다. 이 중 양의 실근을 $\sqrt[n]{a}$로 나타내고 n제곱근 a로 읽는다.

교과서 예제

01 다음 거듭제곱근 중 실수인 것을 구하시오.

(1) -27의 세제곱근

(2) 16의 네제곱근

02 다음 값을 구하시오.

(1) $\sqrt[4]{125}\times\sqrt[4]{5}$

(2) $\dfrac{\sqrt[3]{54}}{\sqrt[3]{2}}$

(3) $(\sqrt[6]{27})^2$

(4) $\sqrt[5]{\sqrt{1024}}$

03 다음 값을 구하시오.

(1) $\dfrac{\sqrt[4]{80}}{\sqrt{5}}$

(2) $\dfrac{\sqrt[3]{16}}{\sqrt[3]{2}}\times\sqrt{\dfrac{\sqrt{625}}{\sqrt[3]{64}}}$

정답 및 해설 06p

개념 PLUS+

2 지수의 확장

1 지수법칙

a, b가 실수, m, n이 자연수일 때,

① $a^m a^n = a^{m+n}$ ② $(a^m)^n = a^{mn}$ ③ $(ab)^n = a^n b^n$

④ $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ (단, $b \neq 0$) ⑤ $a^m \div a^n = \begin{cases} a^{m-n} & (m>n\text{일 때}) \\ 1 & (m=n\text{일 때}) \\ \frac{1}{a^{n-m}} & (m<n\text{일 때}) \end{cases}$ (단, $a \neq 0$)

2 지수의 확장

(1) 0 또는 음의 정수인 지수의 정의

$a \neq 0$이고, n이 양의 정수일 때

① $a^0 = 1$ ② $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

(2) 유리수인 지수의 정의

$a>0$이고, m은 정수, n은 2 이상의 정수일 때

① $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$ ② $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$

(3) 지수가 실수일 때의 지수 법칙

$a>0$, $b>0$이고, x, y가 실수일 때

① $a^x \times a^y = a^{x+y}$ ② $a^x \div a^y = a^{x-y}$

③ $(a^x)^y = a^{xy}$ ④ $(ab)^x = a^x b^x$

지수법칙이 성립하기 위한 밑의 조건

지수의 범위	밑의 조건
자연수	$a \neq 0$
정수	$a \neq 0$
유리수	$a>0$
실수	$a>0$

지수가 정수가 아닌 유리수일 때는 반드시 밑을 양수로 만든 후 지수법칙을 적용한다.

예 $\{(-2)^2\}^{\frac{3}{2}} = (-2)^3 = -8$ (×)

$\{(-2)^2\}^{\frac{3}{2}} = (2^2)^{\frac{3}{2}} = 2^3 = 8$ (○)

교과서 예제

04 다음 식을 간단히 하시오.

(1) $\left(\frac{1}{2}\right)^0$ (2) $\left(-\frac{1}{3}\right)^{-2}$

(3) $2^{-6} \times 2^3$ (4) $(2^{-3})^{-3}$

05 다음 식을 간단히 하시오. (단, $a>0$, $b>0$)

(1) $3^{\frac{3}{2}} \times 3^{\frac{2}{3}}$ (2) $(3^{\frac{3}{4}})^2 \times \sqrt{3} \div (3^3)^{\frac{1}{6}}$

(3) $(a^2 b^3)^{\frac{1}{6}} \times (a^{\frac{1}{3}} b^{\frac{3}{4}})^2$ (4) $(\sqrt[9]{a^6} \times \sqrt[4]{b^2})^6$

06 다음 식을 간단히 하시오. (단, $a>0$)

(1) $3^{2\sqrt{3}} \times 3^{3-2\sqrt{3}}$ (2) $a^{\sqrt{5}+1} \div a^{\sqrt{5}-2}$

집중공략 1

01 01 거듭제곱근

-64의 세제곱근 중 실수인 것의 개수를 a, 5의 네제곱근 중 실수인 것의 개수를 b라 할 때, ab의 값은?

① 0 ② 1 ③ 2
④ 3 ⑤ 4

02 02 거듭제곱근의 계산

$\sqrt[4]{\sqrt[3]{216}}+4\sqrt[4]{6}+\sqrt{\sqrt[4]{36}}$을 간단히 하면?

① $\sqrt[4]{8}$ ② $2\sqrt[4]{3}$ ③ $3\sqrt[4]{3}$
④ $4\sqrt[4]{6}$ ⑤ $6\sqrt[4]{6}$

03 02 거듭제곱근의 계산

$\sqrt[3]{\dfrac{\sqrt[4]{3}}{\sqrt{32}}}\times\sqrt{\dfrac{\sqrt[n]{2}}{\sqrt[6]{3}}}=\dfrac{1}{\sqrt[4]{2^3}}$에서 자연수 n의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 6

04 03 문자를 포함한 거듭제곱근의 계산

$\sqrt[5]{\dfrac{\sqrt[3]{x}}{\sqrt{x}}}\times\sqrt[3]{\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt[5]{x}}}\times\sqrt{\dfrac{\sqrt[5]{x}}{\sqrt[3]{x}}}$를 간단히 하면? (단, $x>0$)

① 0 ② 1 ③ 2
④ 3 ⑤ 4

05 04 거듭제곱근의 대소 비교

다음 중 세 수 $A=\sqrt[3]{3}$, $B=\sqrt[4]{6}$, $C=\sqrt[6]{12}$의 대소 관계로 옳은 것은?

① $A<B<C$ ② $A<C<B$ ③ $B<C<A$
④ $C<A<B$ ⑤ $C<B<A$

06 06 지수가 실수인 식의 계산

$(5^{\sqrt{3}})^{\sqrt{3}}-49^{-\frac{1}{2}}\times343^{\frac{2}{3}}$을 간단히 하면?

① 115 ② 118 ③ 121
④ 124 ⑤ 150

07 06 지수가 실수인 식의 계산

다음 중 옳지 않은 것은?

① $1^0\times4^{\frac{1}{2}}=2$ ② $9^{\frac{5}{2}}\times3^{-2}=27$ ③ $3^{\frac{2}{3}}\times8^{\frac{1}{3}}=24$

④ $\sqrt[4]{2}\times8^{\frac{1}{4}}=2$ ⑤ $\{(-7)^2\}^{\frac{1}{2}}=7$

08 07 거듭제곱근을 유리수인 지수로 나타내기

$\sqrt{a^2\sqrt[3]{a^3\sqrt[4]{a}}}=a^{\frac{n}{m}}$일 때, $m+n$의 값은?

(단, $a>0$이고 m, n은 서로소인 자연수이다.)

① 59 ② 61 ③ 63

④ 65 ⑤ 67

09 07 거듭제곱근을 유리수인 지수로 나타내기

$(\sqrt[5]{2^3\times\sqrt[4]{16}})^n$이 자연수가 되도록 하는 자연수 n의 최솟값은?

① 2 ② 3 ③ 4

④ 5 ⑤ 6

10 08 거듭제곱근 주어진 문자로 나타내기

$5^4=a$, $8^2=b$일 때, 200^{10}을 a, b를 사용하여 나타내면?

① ab ② a^2b^3 ③ a^3b^2

④ a^4b^4 ⑤ a^5b^5

11 09 a^n이 자연수가 되도록 하는 미지수 구하기

10 이하의 자연수 a에 대하여 $(a^{\frac{2}{3}})^{\frac{1}{2}}$이 자연수가 되도록 하는 모든 a의 값의 합은?

① 5 ② 7 ③ 9

④ 11 ⑤ 13

집중공략 2

12 10 지수법칙과 곱셈 공식

$(2^{\frac{2}{3}}+2^{-\frac{1}{3}})^3+(2^{\frac{2}{3}}-2^{-\frac{1}{3}})^3$을 간단히 하면?

① 6 ② 10 ③ 14

④ 18 ⑤ 22

13 11 지수법칙과 곱셈 공식을 이용하여 식의 값 구하기

양수 x에 대하여 $x^{\frac{1}{2}}+x^{-\frac{1}{2}}=2$일 때, $x^{\frac{3}{2}}+x^{-\frac{3}{2}}$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 8

14 12 $\frac{a^x-a^{-x}}{a^x+a^{-x}}$ 꼴의 식의 값 구하기

$a^{2x}=5$일 때, $\frac{a^x-a^{-x}}{a^x+a^{-x}}$의 값은? (단, $a>0$)

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1
④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 2

15 13 $a^x=k$의 조건이 주어진 경우 식의 값 구하기

$13^x=9$, $117^y=27$일 때, $\frac{2}{x}-\frac{3}{y}$의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0
④ 2 ⑤ 3

16 14 $a^x=b^y$의 조건이 주어진 경우 식의 값 구하기

양수 a, b, c에 대하여 $abc=9$이고 $a^x=b^y=c^z=81$일 때, $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}$의 값은? (단, $xyz\neq0$)

① -2 ② $-\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{2}$
④ $\sqrt{2}$ ⑤ 2

17 15 지수의 실생활에서의 활용

배양기에 들어 있는 미생물을 관찰하기 시작한 지 t시간 후의 미생물의 수를 $f(t)$라 하면

$$f(t)=10\times2^{\frac{t}{a}}\ (\text{단, } a\text{는 상수})$$

인 관계가 성립한다고 한다. 미생물의 수가 4배로 증가하는 데 8시간이 걸린다고 할 때, 미생물의 수가 처음의 32배가 되는 데 걸리는 시간은?

① 16시간 ② 17시간 ③ 18시간
④ 19시간 ⑤ 20시간

정답 및 해설 08p

집중공략 1

01 01 거듭제곱근

-3의 네제곱근 중 실수인 것의 개수를 a, 100의 세제곱근 중 실수인 것의 개수를 b라 할 때, b^a의 값은?

① 0 ② 1 ③ 2
④ 3 ⑤ 4

02 02 거듭제곱근의 계산

$\sqrt[4]{16^2}\times(\sqrt{2})^6\div\sqrt{\sqrt[3]{64}}$의 값은?

① 4 ② 8 ③ 16
④ 32 ⑤ 64

03 02 거듭제곱근의 계산

$\sqrt{\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt[3]{3}}}\times\sqrt{\dfrac{\sqrt[4]{3}}{\sqrt{3}}}\times\sqrt[4]{\dfrac{\sqrt[3]{3}}{\sqrt{3}}}=\sqrt[n]{\dfrac{1}{3}}$에서 자연수 n의 값은?

① 6 ② 8 ③ 10
④ 12 ⑤ 14

04 03 문자를 포함한 거듭제곱근의 계산

$a>0$, $b>0$일 때, $\sqrt[3]{ab^2}\times\sqrt[12]{a^3b^6}\div\sqrt[6]{a^2b}$를 간단히 하면?

① $ab\sqrt{b}$ ② $b^3\sqrt{ab^2}$ ③ $b\sqrt[4]{a}$
④ $\sqrt[6]{a^2b}$ ⑤ $\sqrt[12]{a^3b^2}$

05 04 거듭제곱근의 대소 비교

다음 중 세 수 $A=\sqrt[3]{2\sqrt{6}}$, $B=\sqrt[3]{\sqrt{21}}$, $C=\sqrt{2\sqrt[3]{6}}$의 대소 관계로 옳은 것은?

① $A<B<C$ ② $A<C<B$ ③ $B<A<C$
④ $B<C<A$ ⑤ $C<A<B$

06 06 지수가 실수인 식의 계산

$(a^2)^{\sqrt{2}-2}\div(a^{\sqrt{2}+1})^2\times a^4=a^k$을 만족시키는 실수 k의 값은? (단, $a>0$)

① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

07 06 지수가 실수인 식의 계산

다음 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, $a>0$)

보기

ㄱ. $(16^{-2})^{\frac{1}{4}}=4$
ㄴ. $\sqrt[4]{\sqrt[3]{a\sqrt{a}}}=a^{\frac{5}{24}}$
ㄷ. $\{(-3)^2\}^{\frac{3}{2}}=27$
ㄹ. $\sqrt[4]{a^3}\times\sqrt[3]{a}\div\sqrt[4]{a^5}=a^{\frac{4}{3}}$

① ㄱ, ㄷ ② ㄱ, ㄹ ③ ㄴ, ㄷ
④ ㄴ, ㄹ ⑤ ㄷ, ㄹ

08 07 거듭제곱근을 유리수인 지수로 나타내기

$a>1$이고 $\sqrt[4]{a\sqrt[3]{a^2\sqrt{a^5}}}=a^{\frac{n}{m}}$일 때, $m-n$의 값은? (단, m, n은 서로소인 자연수이다.)

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

09 07 거듭제곱근을 유리수인 지수로 나타내기

$\left(\sqrt[7]{3^2\times\sqrt[3]{9}}\right)^n$이 자연수가 되도록 하는 자연수 n의 최솟값은?

① 18 ② 19 ③ 20
④ 21 ⑤ 22

10 08 거듭제곱을 주어진 문자로 나타내기

$2^3=a$, $3^4=b$일 때, 54^6을 a, b를 사용하여 나타내면?

① ab ② a^2b^2 ③ $a^{\frac{2}{3}}b^2$
④ $a^2b^{\frac{3}{2}}$ ⑤ $a^2b^{\frac{9}{2}}$

11 09 a^r이 자연수가 되도록 하는 미지수 구하기

$a^{\frac{1}{2}}$, $a^{\frac{1}{3}}$이 모두 자연수가 되도록 하는 1보다 큰 자연수 a의 최솟값은?

① 16 ② 27 ③ 64
④ 81 ⑤ 125

집중공략 2

12 10 지수법칙과 곱셈 공식

$x>0$, $y>0$일 때, $(x^{\frac{1}{8}}-y^{\frac{1}{8}})(x^{\frac{1}{8}}+y^{\frac{1}{8}})(x^{\frac{1}{4}}+y^{\frac{1}{4}})$을 간단히 하면?

① $x+y$ ② $x-y$ ③ $\sqrt{x}+\sqrt{y}$
④ $\sqrt{x}-\sqrt{y}$ ⑤ $\sqrt[4]{x}+\sqrt[4]{y}$

정답 및 해설 08p

13 11 지수법칙과 곱셈 공식을 이용하여 식의 값 구하기

$x^{\frac{1}{2}}+x^{-\frac{1}{2}}=\sqrt{5}$일 때, x^3+x^{-3}의 값은? (단, $x>0$)

① 10 ② 12 ③ 14
④ 16 ⑤ 18

14 12 $\frac{a^x-a^{-x}}{a^x+a^{-x}}$ 꼴의 식의 값 구하기

$a^{4x}=5$일 때, $\frac{a^{3x}+a^{-3x}}{a^x+a^{-x}}$의 값은? (단, $a>0$)

① $\frac{1}{5}$ ② 1 ③ $\sqrt{5}$
④ $\frac{6\sqrt{5}-5}{5}$ ⑤ $6\sqrt{5}+5$

15 13 $a^x=k$의 조건이 주어진 경우 식의 값 구하기

실수 x, y에 대하여 $12^x=3^y=16$일 때, $\frac{1}{x}-\frac{1}{y}$의 값은?

① -2 ② -1 ③ $\frac{1}{2}$
④ 1 ⑤ 2

16 14 $a^x=b^y$의 조건이 주어진 경우 식의 값 구하기

$40^x=2$, $\left(\frac{1}{10}\right)^y=8$, $a^z=4$를 만족시키는 실수 x, y, z에 대하여 $\frac{1}{x}+\frac{3}{y}-\frac{1}{z}=-1$이 성립할 때, 양수 a의 값은?

① 4 ② 8 ③ 16
④ 32 ⑤ 64

17 15 지수의 실생활에서의 활용

현재 세계 인구는 약 65억 명이다. 매년 인구 증가율이 $p\%$로 일정하다면 n년 후의 세계 인구는 $65\left(1+\frac{p}{100}\right)^n$억 명이라 한다. 세계 인구가 지금부터 10년 후에 현재의 1.5배가 된다고 할 때, 몇 년 후에 현재의 2배가 되겠는가?

(단, $1.5^{1.7}=2$로 계산한다.)

① 16년 후 ② 17년 후 ③ 18년 후
④ 19년 후 ⑤ 20년 후

집중공략 01 새로운 기호로 표현된 거듭제곱근

a의 n제곱근 중 실수인 것의 개수를 구하는 문제로 출제율이 높은 유형이다. 특히 함수로 표현되거나 새로운 기호로 표현되는 문제의 경우 기호의 의미를 파악하는 데 어려울 수 있다. 따라서 충분한 연습이 필요한 유형이다.

양수 a와 $n \geq 2$인 자연수 n에 대하여 a의 n제곱근 중 실수인 것의 개수를 $<a, n>$이라 하자. 이때 $<a, 2>+<a, 3>+<a, 4>+\cdots+<a, k>=50$을 만족시키는 자연수 k의 값은 어떻게 구하는지 알아보자.

접근 코드

a의 n제곱근 중 실수인 것의 개수를 구하는 문제는 a가 양수인지 0인지 음수인지, n이 짝수인지 홀수인지를 파악하는 것이 중요하다.
그런데 이 문제는 a가 양수로 정해져 있으므로 n이 짝수인지 홀수인지를 파악하여 문제를 해결한다.
➡ n이 짝수일 때, $<a, n>=2$, n이 홀수일 때, $<a, n>=1$

양수 a의 n제곱근 중 실수인 것의 개수는 n이 짝수일 때는 2, n이 홀수일 때는 1이므로

$<a, 2>=<a, 4>=<a, 6>=\cdots=2$

$<a, 3>=<a, 5>=<a, 7>=\cdots=1$

즉, $<a, 2>+<a, 3>=<a, 4>+<a, 5>=\cdots=3$이고,

$50=3\times16+2$이므로 k는 2부터 시작하는 짝수 중에서 17번째 수이다.

$\therefore k=2\times17=34$

* 30이 16번 나오고 2가 한 번 더 나오므로 k는 2부터 시작하는 짝수 중에서 17번째 수이다.

집중공략 연습문제

01 양수 a와 2 이상의 자연수 n에 대하여 a의 n제곱근 중 실수인 것의 개수를 $[a, n]$으로 나타낸다. 이때 $[a, 4]+[a, 7]+[a, 10]+\cdots+[a, k]=32$를 만족시키는 자연수 k의 값은?

① 61 ② 64 ③ 67
④ 70 ⑤ 73

* $[a, 4]=[a, 10]=[a, 16]=\cdots=[a, 6l-2]$
$[a, 7]=[a, 13]=[a, 19]=\cdots=[a, 6l+1]$
(l은 자연수)

정답 및 해설 09p

집중공략 02 규칙을 찾아 지수법칙 이용하기

규칙을 찾아 지수법칙을 이용하는 문제이다. 식이 규칙성 없이 복잡한 형태로 주어지지만 적절하게 묶어 규칙성을 찾도록 한다.

$\frac{1}{3^{-10}+1}+\frac{1}{3^{-9}+1}+\cdots+\frac{1}{3^{-1}+1}+\frac{1}{3^{0}+1}+\frac{1}{3^{1}+1}+\cdots+\frac{1}{3^{10}+1}$의 값은 어떻게 구하는지 알아보자.

접근 코드

① $\frac{1}{3^{-n}+1}$의 분모와 분자에 3^n을 곱한다.

② $\frac{1}{3^{-n}+1}+\frac{1}{3^{n}+1}=1$임을 이용한다.

$\frac{1}{3^{-n}+1}$의 분모와 분자에 3^n을 곱하면 $\frac{3^n}{(3^{-n}+1)\times 3^n}=\frac{\mathbf{3^n}}{\mathbf{3^n+1}}$이므로

$$\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3^{-n}+1}}+\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3^{n}+1}}=\frac{3^n}{3^n+1}+\frac{1}{3^n+1}=\frac{3^n+1}{3^n+1}=\mathbf{1}$$

즉, $\frac{1}{3^{-10}+1}+\frac{1}{3^{10}+1}=\mathbf{1}$, $\frac{1}{3^{-9}+1}+\frac{1}{3^{9}+1}=\mathbf{1}$, …, $\frac{1}{3^{-1}+1}+\frac{1}{3^{1}+1}=\mathbf{1}$이고,

$\frac{1}{3^{0}+1}=\frac{1}{1+1}=\mathbf{\frac{1}{2}}$이므로

$$\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3^{-10}+1}}+\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3^{-9}+1}}+\cdots+\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3^{-1}+1}}+\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3^{0}+1}}+\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3^{1}+1}}+\cdots+\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3^{10}+1}}$$
$$=\mathbf{1\times 10+\frac{1}{2}=\frac{21}{2}}$$

* $\frac{1}{3^{-n}+1}+\cdots+\frac{1}{3^{n}+1}$
$=1\times n+\frac{1}{2}$ (n은 자연수)

집중공략 연습문제

02 $\frac{2}{\pi^{-49}+1}+\frac{2}{\pi^{-48}+1}+\cdots+\frac{2}{\pi^{0}+1}+\frac{2}{\pi^{1}+1}+\cdots+\frac{2}{\pi^{49}+1}$의 값은?

* $\frac{1}{\pi^{-n}+1}+\frac{1}{\pi^{n}+1}=1$

① 96 ② 97 ③ 98
④ 99 ⑤ 100

서술형 기출문제

유형 1 거듭제곱근이 자연수가 되는 미지수 구하기

01 $\sqrt{\frac{n}{3}}$, $\sqrt[3]{\frac{n}{2}}$이 모두 자연수가 되도록 하는 자연수 n의 최솟값을 구하고, 그 풀이 과정을 서술하시오. [8점]

채점기준	배점
❶ $\sqrt{\frac{n}{3}}$, $\sqrt[3]{\frac{n}{2}}$이 자연수가 되도록 하는 n의 조건을 k, l에 대한 식으로 각각 바르게 나타내었다.	2
❷ k, l에 대한 조건을 각각 바르게 말하였다.	2
❸ n을 p, q에 대한 식으로 각각 바르게 나타내었다.	2
❹ n의 최솟값을 바르게 구하였다.	2

연습문제

02 두 수 $\sqrt{2m}$, $\sqrt[3]{3m}$이 모두 자연수가 되도록 하는 자연수 m의 최솟값을 구하고, 그 풀이 과정을 서술하시오. [8점]

* m을 $2k^2$, $3^2\times l^2$ (k, l은 자연수) 꼴로 나타낸 후 k, l에 대한 조건을 찾는다.

정답 및 해설 10p

서술형 기출문제

유형 2 지수가 분수일 때 자연수가 되도록 하는 최소의 지수 구하기

03 세 양수 a, b, c에 대하여 $a^3=3$, $b^4=5$, $c^6=7$일 때, $(abc)^n$이 자연수가 되도록 하는 자연수 n의 개수를 구하고, 그 풀이 과정을 서술하시오. (단, $n \le 100$) [8점]

채점기준	배점
❶ a, b, c를 거듭제곱 꼴로 각각 바르게 나타내었다.	3
❷ $(abc)^n$을 거듭제곱 꼴로 바르게 나타내었다.	2
❸ 조건을 만족시키는 n의 개수를 바르게 구하였다.	3

연습문제

04 세 양수 a, b, c에 대하여 $a^2=7$, $b^4=3$, $c^6=5$일 때, $(abc)^n$이 자연수가 되도록 하는 자연수 n의 최솟값을 구하고, 그 풀이 과정을 서술하시오. [7점]

실전 문제 1회

01

다음 중 거듭제곱근에 대한 설명으로 옳은 것은?

① 54의 네제곱근 중에서 실수인 것은 $\sqrt[4]{54}$ 뿐이다.
② -64의 세제곱근 중에서 실수인 것은 2개이다.
③ $a<0$일 때, $(\sqrt[3]{-a})^3=a$이다.
④ n이 짝수일 때, -4의 n제곱근 중에서 실수인 것은 2개이다.
⑤ n이 홀수일 때, 8의 n제곱근 중에서 실수인 것은 하나뿐이다.

02

모든 실수 x에 대하여 $\sqrt[3]{-x^2+2ax-5a}$가 음수가 되도록 하는 모든 자연수 a의 값의 합은?

① 10 ② 12 ③ 14
④ 15 ⑤ 16

03

세 수 $A=\sqrt[3]{3}$, $B=\sqrt{\sqrt{5}}$, $C=\sqrt{\sqrt[3]{10}}$의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

① $A<B<C$ ② $A<C<B$ ③ $B<A<C$
④ $B<C<A$ ⑤ $C<B<A$

04 출제율 Up

$f(n)=2^{\frac{1}{n(n+1)}}$일 때, $f(1)\times f(2)\times\cdots\times f(10)=2^k$을 만족시키는 상수 k의 값은?

① $\frac{9}{10}$ ② $\frac{10}{11}$ ③ $\frac{10}{9}$
④ $\frac{11}{10}$ ⑤ 1

05

$a>1$일 때, $\sqrt[3]{a\sqrt{a}\sqrt[4]{a^3}}\div\sqrt[6]{a\sqrt[3]{a^k}}\times(a^{\sqrt{2}})^{\frac{1}{\sqrt{8}}}=1$을 만족시키는 실수 k의 값은?

① $-\frac{39}{2}$ ② $-\frac{15}{2}$ ③ $-\frac{3}{2}$
④ $\frac{23}{4}$ ⑤ $\frac{39}{2}$

06 실수유발

$2\le n\le 200$인 자연수 n에 대하여 $(\sqrt[3]{5^5})^{\frac{1}{3}}$이 어떤 자연수의 n제곱근이 되도록 하는 n의 개수는?

① 22 ② 23 ③ 24
④ 25 ⑤ 26

정답 및 해설 10p

07

이차방정식 $x^2-5x+2=0$의 두 근을 2^a, 2^b이라 할 때, 8^a+8^b의 값은?

① 83 ② 85 ③ 95
④ 105 ⑤ 115

08

서로 다른 세 실수 a, b, c가 $a^3+b^3+c^3=3abc$를 만족시킬 때, $2^{2a+1}\times 2^{2b+1}\times 2^{2c+1}$의 값은?

① 4 ② 8 ③ 16
④ 32 ⑤ 64

09 출제율 Up

$4^x+4^{-x}=14$일 때, $\dfrac{2^{6x}+1}{2^{4x}+2^{2x}}$의 값은? (단, x는 실수이다.)

① 11 ② 12 ③ 13
④ 14 ⑤ 15

10

$a^5=3$일 때, $\dfrac{a^{-3}+a^{-5}+a^{-7}}{a^3+a^5+a^7}$의 값은? (단, $a\neq 0$)

① $\dfrac{1}{9}$ ② $\dfrac{1}{6}$ ③ $\dfrac{1}{3}$
④ 6 ⑤ 9

11

세 실수 x, y, z에 대하여 $4^x=6^y=9^z=k$,
$\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}=2$일 때, 상수 k의 값은?

① $\sqrt{3}$ ② 2 ③ $\sqrt{5}$
④ $\sqrt{6}$ ⑤ $\sqrt{7}$

12

$24^a=2$, $24^b=3$인 실수 a, b에 대하여 $8^{\frac{2(1-a-b)}{1-b}}$의 값은?

① 12 ② 13 ③ 14
④ 15 ⑤ 16

학교 시험 수준의 실전 문제를 수록하였습니다.

13

자연수 n에 대하여 n^2-5n-6의 세제곱근 중 실수인 것의 개수를 $f(n)$이라 하고, n^2-5n-6의 네제곱근 중 실수인 것의 개수를 $g(n)$이라 하자. $f(n)>g(n)$을 만족시키는 모든 자연수 n의 값의 합은?

① 6 ② 9 ③ 10
④ 15 ⑤ 21

14 출제율 up

20 이하의 두 자연수 a, b에 대하여 $\sqrt{\dfrac{5^a\times 3^b}{5}}$이 자연수, $\sqrt[3]{\dfrac{3^b}{5^{a+1}}}$이 유리수일 때, 순서쌍 (a, b)의 개수는?

① 9 ② 12 ③ 16
④ 18 ⑤ 20

서술형 문제

15

실수 a의 n제곱근 중 실수인 것의 개수를 $R_n(a)$라 할 때, $R_3(-6)+R_2(-3)+R_2(4)+R_3(8)$의 값을 구하고, 그 풀이 과정을 서술하시오. [6점]

16

금속에 열을 가했을 때, 금속의 온도는 시간이 흐름에 따라 변한다. 어느 금속의 처음 온도를 T_0℃, 열을 가한 지 t분 후 온도를 T℃라고 하면

$$3^{T-T_0}=(7t+6)^k \ (k\text{는 상수})$$

이 성립한다고 한다. 이 금속의 처음 온도가 30℃이고 열을 가한 지 3분 후 온도가 300℃일 때, 570℃가 되는 것은 열을 가한 지 몇 분 후인지 구하고, 그 풀이 과정을 서술하시오. [7점]

실전 문제 2회

정답 및 해설 11p

01 출제율 Up

임의의 실수 a의 네제곱근 중에서 실수인 것의 개수를 $n(a)$라 할 때, $n(-109)+n(0)+n(313)+n(2022)$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

02

n이 2 이상의 자연수일 때, 다음 〈보기〉에서 거듭제곱근에 대한 설명으로 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

보기

ㄱ. -5의 세제곱근 중 실수인 것은 $\sqrt[3]{-5}$ 뿐이다.
ㄴ. 81의 네제곱근 중 실수인 것은 3뿐이다.
ㄷ. n이 홀수일 때, $x^n=-5$를 만족시키는 실수 x는 1개이다.
ㄹ. n이 짝수일 때, $x^n=5$를 만족시키는 실수 x는 n개이다.

① ㄱ, ㄷ ② ㄴ, ㄷ ③ ㄴ, ㄹ
④ ㄱ, ㄴ, ㄹ ⑤ ㄱ, ㄷ, ㄹ

03

3의 네제곱근 중 양수인 것을 x라 할 때, x^n이 두 자리 자연수가 되도록 하는 모든 자연수 n의 값의 합은?

① 14 ② 28 ③ 32
④ 42 ⑤ 56

04

x에 대한 이차방정식 $\sqrt[3]{3}x^2-\sqrt[4]{k}x+\sqrt[3]{9}=0$이 서로 다른 두 실근을 갖도록 하는 자연수 k의 최솟값은?

① 140 ② 145 ③ 150
④ 155 ⑤ 160

05 실수유발

$f(n)=a^{\frac{1}{n}}$ (단, $a>0$, $a\neq1$)일 때,

$$f(6)\times f(12)\times f(20)\times\cdots\times f(90)=f(k)$$

를 만족시키는 상수 k에 대하여 $10k$의 값은?

① 10 ② 15 ③ 20
④ 25 ⑤ 30

06 실수유발

$\sqrt[4]{2^3}$이 어떤 자연수의 n제곱근일 때, 자연수 n의 개수를 k라 하자.

$$\frac{1}{2^{-k}+1}+\cdots+\frac{1}{2^{-4}+1}+\frac{1}{2^{-2}+1}+\frac{1}{2^0+1}+\frac{1}{2^2+1}+\frac{1}{2^4+1}+\cdots+\frac{1}{2^k+1}$$

의 값은? (단, n은 $2\le n\le50$인 자연수이다.)

① 6 ② $\frac{13}{2}$ ③ 7
④ $\frac{15}{2}$ ⑤ 8

07

$m \le 100$, $n \le 9$인 두 자연수 m, n에 대하여 $\sqrt[3]{2m} \times \sqrt{n^3}$의 값이 자연수일 때, $m+n$의 최댓값은?

① 21 ② 27 ③ 31
④ 37 ⑤ 41

08

양의 실수 x에 대하여 $(\sqrt[3]{x^2}-1)(x\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{x^2}+1)=7$일 때, x^2의 값은?

① 6 ② 8 ③ 10
④ 12 ⑤ 14

09

$a=2^{\frac{1}{n}}+2^{-\frac{1}{n}}$일 때, $f(n)=(a+\sqrt{a^2-4})^n$이라 하자. 이때 $f(5)$의 값은? (단, n은 자연수이다.)

① 2 ② 8 ③ 64
④ 128 ⑤ 256

10 출제율 Up

실수 x에 대하여 $\frac{2^{3x}+2^{-3x}}{2^x+2^{-x}}=\frac{21}{5}$일 때, 2^{4x}의 값은?

(단, $2^x>1$)

① 7 ② 25 ③ 32
④ 36 ⑤ 64

11

$a>0$이고 $a^{2x}=\sqrt{2}-1$일 때, $\frac{a^{3x}-a^{-3x}}{a^{3x}+a^{-3x}}=\frac{m+n\sqrt{2}}{7}$이다. 이때 $m+n$의 값은? (단, m, n은 정수이다.)

① -4 ② -2 ③ 0
④ 2 ⑤ 4

12

$a^x=3$, $\left(\frac{1}{10}\right)^y=81$, $b^z=3$을 만족시키는 실수 x, y, z에 대하여 $\frac{1}{x}+\frac{4}{y}=2$, $\frac{4}{y}-\frac{1}{z}=1$이 성립한다. 이때 상수 a, b에 대하여 ab의 값은?

① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ 3
④ 9 ⑤ 27

정답 및 해설 13p

13

실수 a와 3 이상의 자연수 n에 대하여 a의 n제곱근 중 실수인 것의 개수를 $f(a, n)$이라 하자.

$f(9, 3)+f(8, 4)+f(7, 5)+\cdots+f(12-k, k)=21$

을 만족시키는 자연수 k의 최솟값은?

① 24 ② 25 ③ 26
④ 27 ⑤ 28

14

실수 a, b, c에 대하여 $\frac{3}{a}+\frac{4}{b}=\frac{6}{c}$, $16^a=27^b=x^c$일 때, 양수 x의 값은?

① 29 ② 32 ③ 36
④ 38 ⑤ 41

서술형 문제

15

자연수 n에 대하여 n^2-n-6의 세제곱근 중 실수인 것의 개수를 $f(n)$이라 하고, n^2-n-6의 네제곱근 중 실수인 것의 개수를 $g(n)$이라 하자. $f(n)=g(n)$을 만족시키는 n의 값을 구하고, 그 풀이 과정을 서술하시오. [6점]

16 실수유발

양수 a, b, c와 100 이하의 자연수 k에 대하여 $a^2=2$, $b^3=6$, $c^6=k$일 때, $(abc)^n$이 자연수가 되도록 하는 자연수 n의 최솟값이 3이다. 이때 모든 k의 값의 합을 구하고, 그 풀이 과정을 서술하시오. [9점]

모의고사 기출문제

출제의도

지수가 유리수일 때, 지수법칙을 활용하는 문제이다. 지수의 조건을 바르게 파악하는 것이 중요하다.

$(\sqrt{3^n})^{\frac{1}{2}}$, $\sqrt[n]{3^{100}}$을 모두 3의 거듭제곱으로 나타내어 본다.

2018 고3 나형 4월 학력평가 27번

01 2 이상의 자연수 n에 대하여 $(\sqrt{3^n})^{\frac{1}{2}}$과 $\sqrt[n]{3^{100}}$이 모두 자연수가 되도록 하는 모든 n의 값의 합을 구하시오.

변형문제

$(\sqrt[4]{5^n})^{\frac{1}{3}}$, $\sqrt[n]{5^{120}}$을 모두 5의 거듭제곱으로 나타내어 본다.

02 2 이상의 자연수 n에 대하여 $(\sqrt[4]{5^n})^{\frac{1}{3}}$과 $\sqrt[n]{5^{120}}$이 모두 자연수가 되도록 하는 모든 n의 값의 합을 구하시오.

정답 및 해설 14p

모의고사 기출문제

출제의도

$a^x=k$의 조건이 주어졌을 때, 식의 값을 구하는 문제이다. 최근에 많이 출제되는 유형으로 주어진 두 식 또는 구하는 식을 변형하며 문제를 푼다.

2018년 고3 나형 4월 학력평가 16번

03 두 실수 a, b에 대하여 $2^a=3$, $6^b=5$일 때, 2^{ab+a+b}의 값은?

① 15 ② 18 ③ 21
④ 24 ⑤ 27

$2^{ab+a+b}=2^{ab}\times 2^a\times 2^b$
$=(2^a)^b\times 2^a\times 2^b$
으로 변형한다.

변형문제

04 두 실수 a, b에 대하여 $3^a=5$, $15^b=7$일 때, $3^{2ab+a+2b}$의 값은?

① 80 ② 125 ③ 180
④ 220 ⑤ 245

$3^{2ab+a+2b}=3^{2ab}\times 3^a\times 3^{2b}$
$=(3^a)^{2b}\times 3^a\times 3^{2b}$
으로 변형한다.

정답 및 해설 15p

모의고사 기출문제

출제의도

관계식과 서로 다른 상황 2개가 각각 주어졌을 때, 식의 값을 구하는 문제이다. 일반적으로 지수에 대한 식으로 주어질 때에는 나누어지는 경우가 많다.

B_2를 지수법칙을 이용하여 B_1에 대한 식으로 나타내어 본다.

2019년 고2 나형 6월 학력평가 15번

05 반지름의 길이가 r인 원형 도선에 세기가 I인 전류가 흐를 때, 원형 도선의 중심에서 수직 거리 x만큼 떨어진 지점에서의 자기장의 세기를 B라 하면 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

$$B=\frac{kIr^2}{2(x^2+r^2)^{\frac{3}{2}}}\ (\text{단, } k\text{는 상수이다.})$$

전류의 세기가 I_0 $(I_0>0)$으로 일정할 때, 반지름의 길이가 r_1인 원형 도선의 중심에서 수직 거리 x_1만큼 떨어진 지점에서의 자기장의 세기를 B_1, 반지름의 길이가 $3r_1$인 원형 도선의 중심에서 수직 거리 $3x_1$만큼 떨어진 지점에서의 자기장의 세기를 B_2라 하자. $\frac{B_2}{B_1}$의 값은?

(단, 전류의 세기의 단위는 A, 자기장의 세기의 단위는 T, 길이와 거리의 단위는 m이다.)

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$
④ $\frac{5}{12}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

변형문제

06 반지름의 길이가 r인 원형 도선에 세기가 I인 전류가 흐를 때, 원형 도선의 중심에서 수직 거리 x만큼 떨어진 지점에서의 자기장의 세기를 B라 하면 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

$$B=\frac{kIr^3}{2(x^2+r^2)^{\frac{3}{4}}}\ (\text{단, } k\text{는 상수이다.})$$

전류의 세기가 I_0 $(I_0>0)$으로 일정할 때, 반지름의 길이가 r_1인 원형 도선의 중심에서 수직 거리 x_1만큼 떨어진 지점에서의 자기장의 세기를 B_1, 반지름의 길이가 $4r_1$인 원형 도선의 중심에서 수직 거리 $4x_1$만큼 떨어진 지점에서의 자기장의 세기를 B_2라 하자. $\frac{B_2}{B_1}$의 값은?

(단, 전류의 세기의 단위는 A, 자기장의 세기의 단위는 T, 길이와 거리의 단위는 m이다.)

① 2 ② 2^2 ③ 2^3
④ 2^4 ⑤ 2^5

100발 100중

고등 내신 1등급을 위한

수학 기출문제집

수학 Ⅰ (상)

100발 100중이 만들면 표준이 됩니다.

본 교재의 정답 및 해설과 정오표는 홈페이지를 통해 확인하실 수 있습니다.

에듀ONE www.100bal.com

정가 13,000원

ISBN 979-11-6575-144-9