새교육과정

2020학년도 1학기 중간고사

100발 100중

기/출/문/제/집

- 전국 중학교 시험지를 분석하여 뽑은 **절대 적중 문제**
- 해결 전략이 필요한 문제는 **영역별 문제**로 집중 학습
- 출제율이 높은 **서술형 문제**의 연습 및 제작
- **실전 중심의 구성**과 **최첨단 문제**로 최종 마무리

부록

- 실전 감각을 위한 **실전 모의고사 3회분**
- 적중률 100% 보장 **최첨단 마무리 100선**
- 어려운 문제만을 모은 **고난도 기출문제**

중등수학 1

2020학년도 1학기 중간고사

100발 100중

기/출/문/제/집

중등수학1

100발100중 중등수학 기출문제집은...

1 전국 중학교 기출문제를 분석, 연구하여 다양한 유형과 난도의 문제들을 출제율에 따라 중단원별로 구성하였습니다.

2 실전 중심으로 구성하였으며 실전 모의고사, 족집게 마무리, 고난도 기출문제로 최종 마무리를 할 수 있도록 하였습니다.

1 출제유형, 오답 베스트 분석

- 전국 중학교 기출문제 분석에 따른 Database로 출제 유형 및 출제율 제시
- 서술형으로 출제율이 높은 유형 제시
- 오답률이 높은 유형 베스트5 제시
- 출제 유형에 따라 문제 해결의 체감 난도 제시

2 교과서 핵심 개념 정리

- 수업 시간에 배운 교과서 개념을 체계적으로 정리
- 개념 복습이 가능하도록 교과서 예제 수록

3 기출 BEST, 기출 BEST 쌍둥이

- 출제율이 높은 유형으로 구성
- 어렵지 않은 문제로 하나의 유형을 2단계에 걸쳐 반복 학습할 수 있도록 쌍둥이 문제로 구성

4 집중공략

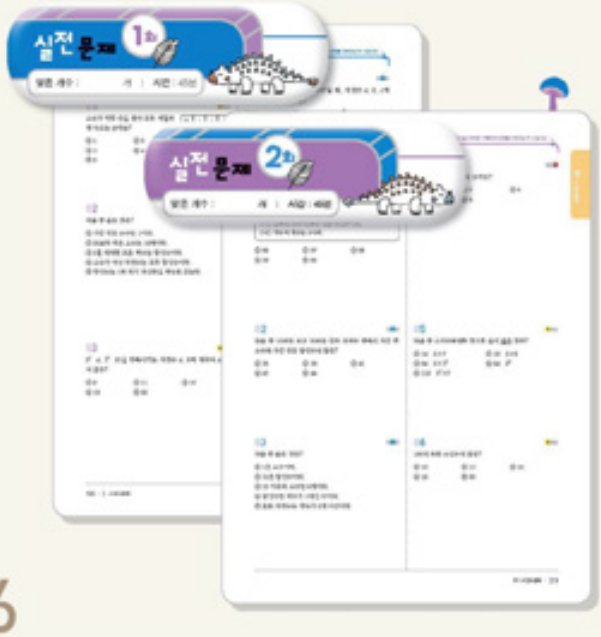
- 조건이나 형태가 바뀌어 일반적인 풀이 방법으로는 접근하기 쉽지 않은 문제들을 골라 해결전략 제시
- 문제 해결 방법을 익힐 수 있도록 쌍둥이 문제 제시

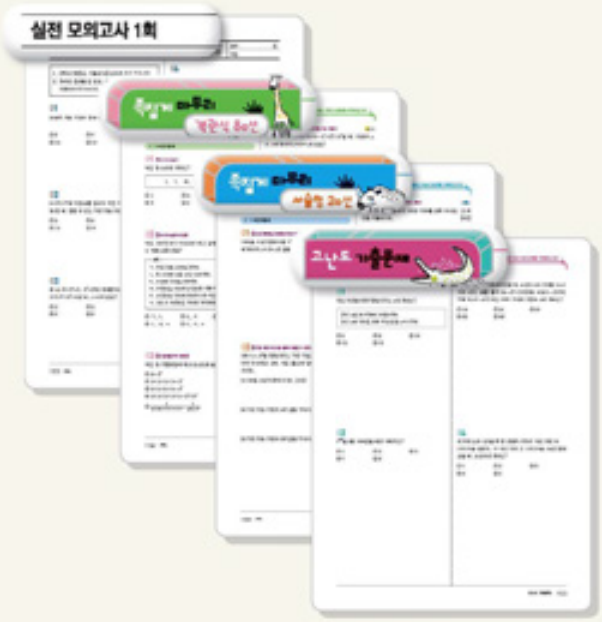
서술형 문제

- 출제율이 높은 서술형 문제만을 선별하여 수록
- 예제의 서술 방법을 읽으면서 빈칸을 채워 봄으로써 무엇을 어떻게 써야 하는지 학습 가능
- 같은 방법으로 스스로 서술할 수 있도록 연습문제 제시

실전문제 1회, 2회

- 실전 형식의 구성으로 중요한 유형의 문제는 반복 수록
- 기출 BEST에서 다루지 못한 출제율 높은 문제 수록
- 기출 BEST보다 난도를 높게 설계
- 서술형 대비를 위한 실전문제 수록





최다 오답문제

- 오답 베스트5 중 실수가 가장 많은 유형을 선별하여 수록
- 문제 해결시 유의할 점을 상기시켜 주는 실수 요소 제시
- 오답을 피하는 정확한 풀이 제시
- 차후에 실수가 없도록 유사문제 제시

부 록

- **실전 모의고사 3회분** – 모든 학습을 마친 후 실력을 점검할 수 있도록 학교 시험과 동일하게 설계
- **족집게 마무리 객관식 80선, 서술형 20선** – 적중률 100%를 보장하는 객관식 80문제와 서술형 20문제를 별도로 구성하여 취약 유형 확인
- **고난도 기출문제** – 내신 만점을 위한 고난도 문제 수록

이 책의 목차

I 소인수분해

01 소인수분해 005
02 최대공약수와 최소공배수 025

II 정수와 유리수

01 정수와 유리수 053
02 정수와 유리수의 계산 073

III 문자와 식

01 문자의 사용과 식의 계산 101

부록

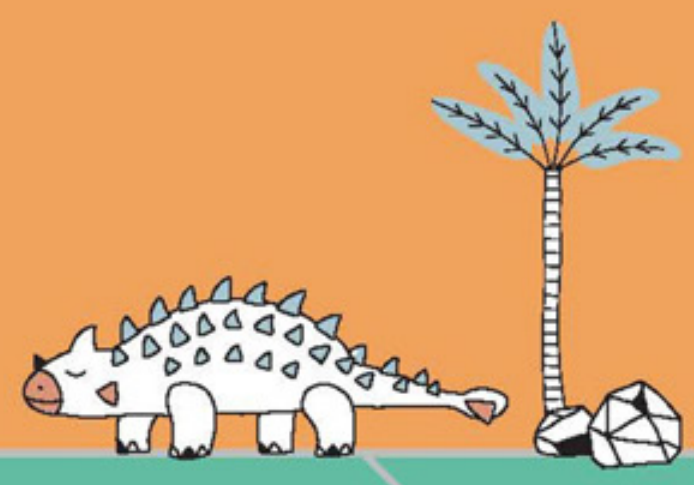
- 실전 모의고사 3회분 122
- 족집게 마무리 80선 134
- 족집게 마무리 서술형 20선 148
- 고난도 기출문제 153

단원명	기출 BEST	기출 BEST 약점	집중공략	서술형 문제	실전문제 1회	실전문제 2회	최다 오답문제
소인수분해	월 일	월 일	월 일	월 일	월 일	월 일	월 일
최대공약수와 최소공배수	월 일	월 일	월 일	월 일	월 일	월 일	월 일
정수와 유리수	월 일	월 일	월 일	월 일	월 일	월 일	월 일
정수와 유리수의 계산	월 일	월 일	월 일	월 일	월 일	월 일	월 일
문자의 사용과 식의 계산	월 일	월 일	월 일	월 일	월 일	월 일	월 일

부록	실전 모의고사 1회	실전 모의고사 2회	실전 모의고사 3회	족집게 마무리 객관식 80선	족집게 마무리 서술형 20선	고난도 기출문제
	월 일	월 일	월 일	월 일	월 일	월 일

I

소인수분해



1. 소인수분해

출제유형	오답 베스트 5	난이도	출제율
01 소수와 합성수		★	70%
02 소수와 합성수의 구분		★★	90%
03 소수와 합성수의 성질	1	★★★	80%
04 거듭제곱으로 나타내기		★★	90%
05 거듭제곱의 밑과 지수 구하기		★★	70%
06 거듭제곱으로 나타냈을 때 밑과 지수 구하기		★★	80%
07 일의 자리의 숫자 구하기	3	★★★★	50%
08 소인수분해하기		★★	90%
09 소인수 구하기 (1)		★★	70%
10 소인수 구하기 (2)		★★	70%
서술 11 소인수분해하여 거듭제곱으로 나타내기		★★★	70%
서술 12 소인수분해한 결과에서 밑과 지수 구하기	5	★★	80%
서술 13 가장 작은 자연수를 곱하여 제곱인 수 만들기		★★★	90%
14 가장 작은 자연수로 나누어 제곱인 수 만들기	4	★★★★	80%
15 곱하여 제곱인 수가 되게 하는 자연수 구하기		★★★	70%
서술 16 소인수분해를 이용하여 약수 구하기		★★★	60%
서술 17 약수의 개수 구하기		★★★	70%
18 약수의 개수가 주어질 때 밑과 지수 구하기		★★★	80%
19 약수의 개수가 주어질 때 곱해지는 수 구하기	2	★★★★	70%
20 약수의 개수가 주어진 자연수 구하기		★★★★★	50%

핵심개념 정리

01 소인수분해

1 소수와 합성수

(1) **소수**: 1보다 큰 자연수 중에서 1과 자기 자신만을 약수로 가지는 수

① 모든 소수의 약수는 2개이다.

② 2는 가장 작은 소수이다.

③ 2를 제외한 모든 소수는 홀수이다.

예 3은 1과 3만을 약수로 가지므로 소수이다.

참고 2, 3, 5, 7, …과 같은 수가 소수(素數; prime number)이고, 0.1, 2.3, 0.05, …와 같은 수는 소수(小數; decimal)이다.

(2) **합성수**: 1보다 큰 자연수 중에서 소수가 아닌 수

① 합성수는 약수가 3개 이상인 자연수이다.

② 1은 소수도 아니고 합성수도 아니다.

예 4는 1과 4 이외에 2를 약수로 가지므로 합성수이다.

참고 자연수는 1, 소수, 합성수로 이루어져 있다.

2 거듭제곱

(1) **거듭제곱**

같은 수나 문자를 여러 번 곱할 때, 곱하는 수와 곱한 횟수를 이용하여 간단하게 나타낸 것

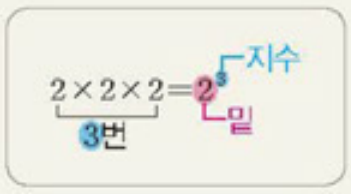
예 $3\times3=3^2$, $2\times2\times5\times5\times5=2^2\times5^3$

참고 $a\neq0$일 때, $a^1=a$

(2) **밑과 지수**

① 밑: 거듭제곱으로 나타낼 때, 곱하는 수 또는 문자

② 지수: 거듭제곱으로 나타낼 때, 곱한 횟수



주의 $2\times2\times2=2^3$이고, $2+2+2=2\times3$임에 주의한다.

3 소인수분해

(1) 자연수 a, b, c에 대하여 $a=b\times c$일 때, b와 c를 a의 인수라 한다.

예 $6=1\times6=2\times3$에서 6의 인수는 1, 2, 3, 6이다.

(2) **소인수**: 인수 중에서 소수인 것

예 6의 인수는 1, 2, 3, 6이고, 그 중에서 소수인 2, 3이 6의 소인수이다.

(3) **소인수분해**: 1보다 큰 자연수를 소인수만의 곱으로 나타내는 것

참고 소인수분해한 결과는 크기가 작은 소인수부터 차례대로 쓰고, 소인수를 곱하는 순서를 생각하지 않으면 오직 한 가지뿐이다.

개념체크 & 계산력훈련

1 다음 수를 소수와 합성수로 구분하시오.

(1) 11 (2) 21

(3) 23 (4) 31

2 다음 중 옳은 것은 ○를, 옳지 않은 것은 ×를 ( ) 안에 써넣으시오.

(1) 자연수는 소수와 합성수로 이루어져 있다. ( )

(2) 2는 가장 작은 합성수이다. ( )

(3) 5의 배수 중에서 소수는 5뿐이다. ( )

(4) 1은 소수이다. ( )

3 다음을 거듭제곱으로 나타내시오.

(1) $10\times10\times10\times10\times10$

(2) $3\times3\times5\times5\times5$

(3) $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}$

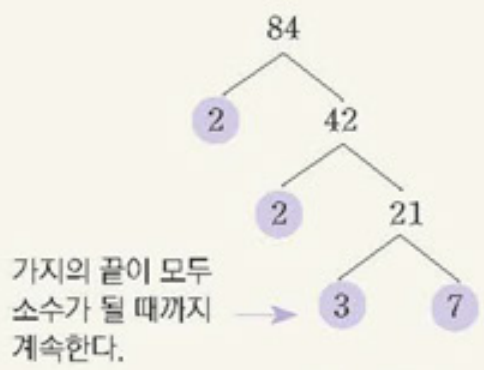
(4) $\frac{1}{2\times2\times7\times7\times7}$

4 다음 거듭제곱에서 밑과 지수를 각각 말하시오.

(1) 5^2 (2) 4^3

(3) $\left(\frac{1}{3}\right)^5$ (4) $\frac{2}{7}$

소인수분해를 하는 방법



⇨ $84=2^2\times3\times7$

가지의 끝의 소수들의 곱을 거듭제곱으로 간단히 나타낸다.

나누어떨어지는 소수로 계속 나눈다.

$$\begin{array}{r|l} 2 & 84 \\ \hline 2 & 42 \\ \hline 3 & 21 \\ \hline & 7 \end{array}$$

몫이 소수이면 끝낸다.

⇨ $84=2\times2\times3\times7=2^2\times3\times7$

나눈 소수들과 마지막 몫의 곱을 거듭제곱으로 간단히 나타낸다.

4 소인수분해와 약수의 개수

자연수 A가 $A=a^m\times b^n$(a, b는 서로 다른 소수, m, n은 자연수)으로 소인수분해될 때,

(1) a^m의 약수는 $1, a, a^2, \cdots, a^m$이고, 그 개수는 $m+1$이다.

(2) b^n의 약수는 $1, b, b^2, \cdots, b^n$이고, 그 개수는 $n+1$이다.

(3) A의 약수는 a^m의 약수와 b^n의 약수를 하나씩 곱해서 구한다.

(4) A의 약수의 개수는 $(m+1)\times(n+1)$이다.

예 20을 소인수분해하면 $20=2^2\times5$이므로 약수를 표로 나타내면 다음과 같다.

×	1	2	2^2
1	1	2	4
5	5	10	20

따라서 20의 약수는 1, 2, 4, 5, 10, 20으로 6개이다.

5 어떤 자연수의 제곱인 수의 특징

(1) 어떤 자연수의 제곱인 수

어떤 자연수의 제곱인 수는 소인수분해했을 때, 모든 소인수의 지수가 짝수이다.

예 $6^2=2^2\times3^2$, $10^2=2^2\times5^2$

(2) 가장 작은 자연수를 곱하여(나누어) 자연수의 제곱인 수 만들기

① 주어진 수를 소인수분해한다.

② 홀수인 지수를 짝수가 되도록 하는 가장 작은 자연수를 곱하거나 나눈다.

예 $12\times a=b^2$을 만족시키는 가장 작은 자연수 a, b의 값을 구해 보자.

$12\times a=2^2\times3\times a$이므로 $a=3$

이때 $b^2=2^2\times3\times3=2^2\times3^2=36=6^2$이므로 $b=6$

개념체크 & 계산력훈련

5 다음은 소인수분해를 하는 과정이다. □ 안에 알맞은 수를 차례대로 써넣으시오.

(1)
$$\begin{array}{r|l} \square & 36 \\ \hline \square & 18 \\ \hline \square & 9 \\ \hline & \square \end{array}$$

$\therefore 36=2^{\square}\times3^{\square}$

(2) 60
- □
- 30
  - □
  - 15
    - □
    - 5

$\therefore 60=2^{\square}\times\square\times5$

6 다음 수의 소인수를 구하시오.

(1) 81 (2) 210

(3) 216 (4) 512

7 다음 수의 약수의 개수를 구하시오.

(1) 2^2 (2) 3×11

(3) 42 (4) 72

기출 Best

전국 중학교 시험지를 분석하여 출제율이 높은 문제만을 엄선하였습니다.

01 01 소수와 합성수

다음 중 소수인 것은?

① 4 ② 11 ③ 18
④ 27 ⑤ 49

02 02 소수와 합성수의 구분

20보다 작은 자연수 중에서 소수의 개수는?

① 4 ② 5 ③ 6
④ 7 ⑤ 8

03 03 소수와 합성수의 성질

다음 중 옳은 것은?

① 1은 소수이다.
② 소수는 모두 홀수이다.
③ 소수는 약수가 2개이다.
④ 모든 합성수는 약수가 3개이다.
⑤ 소수가 아닌 수는 모두 합성수이다.

04 04 거듭제곱으로 나타내기

다음 중 거듭제곱에 대한 표현으로 옳은 것은?

① $2\times2\times2\times2=2\times4$
② $3\times3\times5\times5=3^3\times5^5$
③ $3\times3\times7\times7=3^2+7^2$
④ $5\times3\times3\times5\times5=3^2\times5^3$
⑤ $6+6+6=6^3$

05 05 거듭제곱의 밑과 지수 구하기

$2^a=16$, $b^2=49$일 때, $a+b$의 값은?

(단, a, b는 자연수이다.)

① 9 ② 11 ③ 13
④ 15 ⑤ 17

06 06 거듭제곱으로 나타냈을 때 밑과 지수 구하기

$2\times3\times2\times5\times2\times3\times2=2^x\times3^y\times5^z$일 때, $x\times y\times z$의 값은? (단, x, y, z는 자연수이다.)

① 8 ② 10 ③ 12
④ 15 ⑤ 18

07 08 소인수분해하기

다음 〈보기〉에서 소인수분해를 바르게 한 것만을 있는 대로 고른 것은?

보기

ㄱ. $45=3\times15$　　ㄴ. $60=2^2\times3\times5$

ㄷ. $80=4^2\times5$　　ㄹ. $84=2^2\times3\times7$

① ㄱ, ㄴ　② ㄱ, ㄷ　③ ㄴ, ㄷ
④ ㄴ, ㄹ　⑤ ㄷ, ㄹ

08 09 소인수 구하기 (1)

140의 소인수를 모두 구한 것은?

① 2, 7　② 2, 5, 7　③ 2^2, 5
④ 3, 5, 7　⑤ 1, 2, 5, 7

09 10 소인수 구하기 (2)

다음 수를 소인수분해했을 때, 소인수가 나머지 넷과 다른 하나는?

① 12　② 24　③ 36
④ 64　⑤ 216

10 11 소인수분해하여 거듭제곱으로 나타내기

$4\times5\times6\times8\times9$를 소인수분해하여 거듭제곱으로 나타내었을 때, 3의 지수는?

① 2　② 3　③ 4
④ 5　⑤ 6

11 12 소인수분해한 결과에서 밑과 지수 구하기

72를 소인수분해하면 $2^a\times3^b$일 때, 자연수 a, b에 대하여 $a+b$의 값은?

① 3　② 4　③ 5
④ 6　⑤ 7

12 집중공략 1 13 가장 작은 자연수를 곱하여 제곱인 수 만들기

20에 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되도록 할 때, 곱할 수 있는 가장 작은 자연수는?

① 2　② 5　③ 10
④ 20　⑤ 25

13 ⑭ 가장 작은 자연수로 나누어 제곱인 수 만들기

60을 자연수로 나누어 어떤 자연수의 제곱이 되도록 할 때, 나눌 수 있는 가장 작은 자연수는?

① 2 ② 3 ③ 6
④ 10 ⑤ 15

14 ⑮ 곱하여 제곱인 수가 되게 하는 자연수 구하기

18에 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되도록 할 때, 다음 중 곱하는 수로 적당하지 않은 것은?

① 2 ② 3 ③ 2^3
④ 2×3^2 ⑤ 2×5^2

15 ⑯ 소인수분해를 이용하여 약수 구하기

다음 표는 소인수분해를 이용하여 108의 약수를 구하는 과정이다. (가)~(마)에 들어갈 알맞은 수로 옳은 것은?

×	(가)	3	3^2	(나)
1	1	3	(다)	27
(라)	2	6	18	54
2^2	4	12	(마)	108

① (가): 1 ② (나): 3^4 ③ (다): 6
④ (라): 1 ⑤ (마): 24

16 ⑰ 약수의 개수 구하기

다음 중 약수의 개수가 가장 많은 것은?

① $3^3\times7$ ② $2^3\times7^2$ ③ 2×5
④ 56 ⑤ 147

17 ⑱ 약수의 개수가 주어질 때 밑과 지수 구하기

자연수 a에 대하여 $2^2\times3^a$의 약수의 개수가 12일 때, a의 값은?

① 3 ② 4 ③ 5
④ 6 ⑤ 7

18 집중공략 2 ⑲ 약수의 개수가 주어질 때 곱해지는 수 구하기

$2^4\times\square$의 약수의 개수가 20일 때, 다음 중 $\square$ 안에 들어갈 수로 옳지 않은 것은?

① 3^3 ② 5^3 ③ 7^2
④ 15 ⑤ 77

쌍둥이 기출 Best

01 01 소수와 합성수

다음 중 소수가 아닌 것은?

① 2 ② 3 ③ 7
④ 15 ⑤ 19

02 02 소수와 합성수의 구분

9 초과 40 미만의 자연수 중에서 합성수의 개수는?

① 16 ② 18 ③ 20
④ 22 ⑤ 24

03 03 소수와 합성수의 성질

다음 중 옳지 않은 것은?

① 1은 소수가 아니다.
② 약수가 2개인 자연수는 소수이다.
③ 약수가 3개 이상인 자연수는 합성수이다.
④ 자연수는 소수와 합성수로 이루어져 있다.
⑤ 10 미만의 자연수 중에서 소수는 4개이다.

04 04 거듭제곱으로 나타내기

다음 중 거듭제곱에 대한 표현으로 옳지 않은 것은?

① $2\times2=2^2$
② $3\times3\times3=3^3$
③ $6\times6\times6\times6=6^4$
④ $2\times2\times2\times7\times7=2^3\times7^2$
⑤ $3\times3\times3+5\times5\times5\times5\times5=3^3\times5^5$

05 05 거듭제곱의 밑과 지수 구하기

$2^a=64$, $3^b=81$, $c^3=125$일 때, $a+b+c$의 값은?
(단, a, b, c는 자연수이다.)

① 11 ② 12 ③ 13
④ 14 ⑤ 15

06 06 거듭제곱으로 나타냈을 때 밑과 지수 구하기

$3\times3\times3\times6\times4=2^a\times b^c$일 때, 자연수 a, b, c에 대하여 $a+b+c$의 값은? (단, b는 소수이다.)

① 8 ② 9 ③ 10
④ 11 ⑤ 12

07 08 소인수분해하기

다음 중 소인수분해한 것으로 옳지 않은 것은?

① $32=2^5$ ② $40=2^3\times5$
③ $48=2^3\times3$ ④ $66=2\times3\times11$
⑤ $120=2^3\times3\times5$

08 09 소인수 구하기 (1)

126의 소인수의 합은?

① 8 ② 10 ③ 12
④ 14 ⑤ 16

09 10 소인수 구하기 (2)

다음 수를 소인수분해했을 때, 소인수가 나머지 넷과 다른 하나는?

① 24 ② 36 ③ 42
④ 54 ⑤ 72

10 11 소인수분해하여 거듭제곱으로 나타내기

$2\times3\times4\times5\times6\times7$을 소인수분해하여 거듭제곱으로 나타내었을 때, 2의 지수와 3의 지수의 합은?

① 2 ② 3 ③ 4
④ 5 ⑤ 6

11 12 소인수분해한 결과에서 밑과 지수 구하기

56을 소인수분해하면 $2^a\times b$일 때, 자연수 a, b에 대하여 $a+b$의 값은?

① 9 ② 10 ③ 11
④ 12 ⑤ 13

12 집중공략 1 13 가장 작은 자연수를 곱하여 제곱인 수 만들기

540에 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되도록 할 때, 곱할 수 있는 가장 작은 자연수는?

① 10 ② 12 ③ 15
④ 27 ⑤ 75

13 ⑭ 가장 작은 자연수로 나누어 제곱인 수 만들기

350을 자연수로 나누어 어떤 자연수의 제곱이 되도록 할 때, 나눌 수 있는 가장 작은 자연수는?

① 3 ② 5 ③ 6
④ 10 ⑤ 14

14 ⑮ 곱하여 제곱인 수가 되게 하는 자연수 구하기

90에 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되도록 할 때, 다음 중 곱하는 수로 적당하지 않은 것은?

① 2×5 ② $2^3\times5$ ③ $2\times3^2\times5$
④ $2^3\times3\times5$ ⑤ $2^5\times3^2\times5$

15 ⑯ 소인수분해를 이용하여 약수 구하기

다음 표는 소인수분해를 이용하여 36의 약수를 모두 구하는 과정을 나타낸 것이다. 빈칸에 들어갈 약수들의 합은?

$\times$	1	3	3^2
1	1	3	9
2	2	6	
2^2	4		36

① 30 ② 38 ③ 46
④ 84 ⑤ 96

16 ⑰ 약수의 개수 구하기

다음 중 약수의 개수가 나머지 넷과 다른 하나는?

① $2^2\times3^3$ ② $2^2\times3\times5$ ③ $3^2\times5^2$
④ $2\times3^2\times5$ ⑤ 2^{11}

17 ⑱ 약수의 개수가 주어질 때 밑과 지수 구하기

자연수 x에 대하여 $3^3\times5^x$의 약수의 개수가 20일 때, x의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

18 집중공략 2 ⑲ 약수의 개수가 주어질 때 곱해지는 수 구하기

$24\times\square$의 약수의 개수가 16일 때, 다음 중 $\square$ 안에 들어갈 수로 옳지 않은 것은?

① 5 ② 7 ③ 9
④ 12 ⑤ 16

1 조건이 있는 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하기

공략 Point

자연수를 곱하여 어떤 수의 제곱이 되게 하는 유형의 확장 유형으로 곱하는 자연수의 조건이 추가된 경우이다. 이러한 경우에는 곱하는 자연수의 꼴을 결정하여 문제를 해결하도록 한다.

300에 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되도록 할 때, 곱할 수 있는 두 자리 자연수는 어떻게 구하는지 알아보자.

해결전략

① 어떤 자연수의 제곱인 수를 소인수분해하면 각 소인수의 지수는 모두 짝수이다.

② 300을 소인수분해하여 곱해야 하는 자연수의 꼴을 결정하고, 조건에 맞는 수를 찾는다.

300을 소인수분해하면

$300=2^2\times3\times5^2$

이때 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되도록 하려면 지수가 홀수인 소인수, 즉 3의 지수가 짝수가 되어야 한다.

따라서 곱해야 하는 자연수를 x로 놓으면

★ $x=3\times(\text{자연수})^2$

꼴이어야 함을 알 수 있다.

★ x가 $3\times(\text{소수})^2$ 꼴인 경우로 생각하여 실수하지 않도록 한다.

$\therefore x=3,\ 3\times2^2,\ 3\times3^2,\ 3\times4^2,\ 3\times5^2,\ 3\times6^2,\ \cdots$

즉, $x=3,\ 12,\ 27,\ 48,\ 75,\ 108,\ \cdots$

따라서 곱할 수 있는 두 자리 자연수는 12, 27, 48, 75이다.

집중공략 연습문제

1 180에 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되도록 할 때, 곱할 수 있는 두 자리 자연수의 개수는?

$180=2^2\times3^2\times5$이므로 곱해야 하는 자연수는 $5\times(\text{자연수})^2$ 꼴이다.

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

2 생소한 표현을 해석하고 문제 해결하기

공략 Point

약수의 개수에 관한 활용 유형으로 새로운 방식으로 표현되어 어렵게 느껴지는 문제이다. 이러한 경우에는 새롭게 표현된 식이나 문자를 바르게 해석하는 것이 무엇보다 중요하다.

자연수 n의 약수의 개수를 $P(n)$이라 할 때, $P(54)\times P(x)=32$를 만족시키는 가장 작은 자연수 x의 값은 어떻게 구하는지 알아보자.

해결전략

① $P(n)$의 의미를 바르게 이해한다.
② $P(x)$의 값을 구하여 x의 값을 추론한다.

$P(54)$는 54의 약수의 개수를, $P(x)$는 x의 약수의 개수를 의미한다.
$P(54)\times P(x)=32$를 바르게 해석하면
(54의 약수의 개수)$\times$(x의 약수의 개수)$=32$

이때 $54=2\times3^3$이므로
★ 54의 약수의 개수: $(1+1)\times(3+1)=8$
즉, x의 약수의 개수는 4이어야 함을 알 수 있다.

★ 자연수의 약수의 개수는 소인수분해한 후 각 소인수의 지수에 1씩 더하여 모두 곱한다.

$4=3+1$ 또는 $4=2\times2=(1+1)\times(1+1)$이므로
(i) $x=a^3$ (a는 소수)에서 $x=2^3, 3^3, 5^3, \cdots$
$\therefore x=8, 27, 125, \cdots$
(ii) $x=a\times b$ (a, b는 서로 다른 소수)에서 $x=2\times3, 2\times5, 2\times7, \cdots$
$\therefore x=6, 10, 14, \cdots$
(i), (ii)에 의하여 x가 될 수 있는 가장 작은 자연수는 6이다.

집중공략 연습문제

2 자연수 n의 약수의 개수를 $f(n)$이라 할 때, 다음 중 $f(72)\times f(x)=36$을 만족시키는 자연수 x의 값으로 적당하지 않은 것은?

$72=2^3\times3^2$이므로 약수의 개수는 $(3+1)\times(2+1)=12$

① 4 ② 9 ③ 16
④ 25 ⑤ 49

서술형 문제

제시된 서술 방법을 학습하면 누구나 모범답안을 작성할 수 있습니다.

1 자연수의 곱의 꼴을 바르게 소인수분해하기

서술 Tip

자연수의 곱의 꼴을 소인수분해하는 서술유형으로 최근 출제가 많아지고 있다. 합성수를 소인수분해하여 제시하는 과정에서 실수하는 일이 없어야 한다.

12 이하의 자연수의 곱 $1\times2\times3\times\cdots\times12$를 소인수분해하면 $2^a\times3^b\times5^c\times7\times11$이다. 자연수 a, b, c에 대하여 $a+b+c$의 값을 구하고, 그 과정을 서술하시오. [8점]

모범답안

12 이하의 자연수 중에서 합성수를 소인수분해하면

❶ $4=\boxed{2^2}$, $6=\boxed{2\times3}$, $8=\boxed{2^3}$, $9=\boxed{3^2}$,

$10=\boxed{2\times5}$, $12=\boxed{2^2\times3}$

이므로 $1\times2\times3\times\cdots\times12$를 소인수분해하면

$\boxed{2^{10}\times3^5\times5^2\times7\times11}$ 3점

❷ – 즉, $a=\boxed{10}$, $b=\boxed{5}$, $c=\boxed{2}$ 이므로 3점

❸ – $a+b+c=\boxed{17}$ 2점

$\therefore$ $\boxed{17}$

❶ 12 이하의 합성수에 유의하여 소인수분해한다.

❷ a, b, c의 값을 각각 구한다.

❸ $a+b+c$의 값을 구한다.

채점기준	배점
12 이하의 자연수의 곱을 바르게 소인수분해하였다.	3
a, b, c의 값을 각각 바르게 구하였다.	3
$a+b+c$의 값을 바르게 구하였다.	2

서술유형 연습문제

1 $10\times12\times14\times16\times18$을 소인수분해하면 $2^a\times3^b\times5^c\times7$이다. 자연수 a, b, c에 대하여 $a+b+c$의 값을 구하고, 그 과정을 서술하시오. [8점]

[1단계] 합성수에 유의하여 소인수분해 제시
[2단계] a, b, c의 값을 각각 제시
[3단계] $a+b+c$의 값 제시

2 가장 작은 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하기

750에 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 할 때, 곱할 수 있는 가장 작은 자연수를 구하고, 그 과정을 서술하시오. [6점]

모범답안

❶ 750을 소인수분해하면

$750=$ $2\times3\times5^3$ 2점

❷ 이때 곱하는 자연수를 x로 놓으면

$x=$ $2\times3\times5\times(\text{자연수})^2$ 2점

꼴이어야 한다.

❸ 즉, 이러한 x의 값 중에서 가장 작은 자연수는 30 이다. 2점

$\therefore$ 30

서술 Tip

자연수를 곱하거나 나누어 어떤 자연수의 제곱이 되게 하는 수를 구하는 서술유형으로 출제율이 상당히 높다. 특히, 곱해야 하는 수의 꼴을 명확하게 제시하는 것이 중요하다.

❶ 750을 소인수분해한다.

❷ 곱할 수 있는 자연수의 꼴을 제시한다.

❸ 조건을 만족시키는 수를 구한다.

채점기준	배점
750을 바르게 소인수분해하였다.	2
곱할 수 있는 자연수의 꼴을 바르게 구하였다.	2
곱할 수 있는 가장 작은 자연수를 바르게 구하였다.	2

서술유형 연습문제

[1단계] 소인수분해 제시
[2단계] 곱할 수 있는 자연수의 꼴 제시
[3단계] 조건을 만족시키는 수 제시

2 108에 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 다음 물음에 답하고, 그 과정을 서술하시오. [6점]

(1) 108을 소인수분해하시오. (2점)

(2) 곱할 수 있는 자연수 중 가장 작은 두 자리 자연수를 구하시오. (4점)

실전 문제 1회

맞은 개수 : 개 | 시간 : 45분

01

소수가 적힌 칸을 찾아 모두 색칠하면 나오는 숫자는?

41	1	2	6
5	4	7	9
37	23	17	13
20	45	29	30
63	51	31	27

① 1 ② 2
③ 3 ④ 4
⑤ 5

02

다음 중 옳은 것은?

① 가장 작은 소수는 1이다.
② 20보다 작은 소수는 10개이다.
③ 2를 제외한 모든 짝수는 합성수이다.
④ 소수가 아닌 자연수는 모두 합성수이다.
⑤ 합성수는 1과 자기 자신만을 약수로 갖는다.

03

$2^3=a$, $3^b=81$을 만족시키는 자연수 a, b에 대하여 $a+b$의 값은?

① 8 ② 11 ③ 12
④ 19 ⑤ 20

04 출제유력

$1\times2\times3\times4\times5\times6=2^a\times3^b\times5^c$일 때, 자연수 a, b, c에 대하여 $a+b+c$의 값은?

① 3 ② 4 ③ 5
④ 6 ⑤ 7

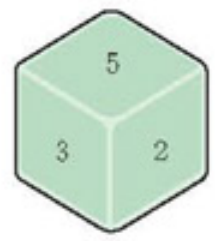
05

7^{108}의 일의 자리의 숫자는?

① 1 ② 3 ③ 5
④ 7 ⑤ 9

06

각 면에 2, 2, 3, 3, 5, 5가 적힌 주사위가 있다. 주사위를 던질 때마다 나온 수를 차례로 곱하여 360이 나오려면 2가 a번, 3이 b번, 5가 c번 나와야 한다. 이때 $a+b+c$의 값은?



① 3 ② 4 ③ 5
④ 6 ⑤ 7

07

다음 수를 소인수분해 했을 때, 소인수의 개수가 나머지 넷과 다른 하나는?

① 14 ② 16 ③ 18
④ 20 ⑤ 22

08 실수유발

$360\times\square$가 어떤 자연수의 세제곱일 때, $\square$ 안에 알맞은 가장 작은 자연수는?

① 3 ② 15 ③ 25
④ 50 ⑤ 75

09

400의 약수 중에서 어떤 자연수의 제곱이 되는 수의 개수는?

① 3 ② 4 ③ 5
④ 6 ⑤ 7

10

다음 중 약수의 개수가 나머지 넷과 다른 하나는?

① 20 ② 45 ③ 13^5
④ 216 ⑤ $2^2\times3$

11

$2^2\times\square$의 약수의 개수가 12일 때, $\square$ 안에 들어갈 수 있는 수는?

① 3^4 ② 3^6 ③ 2×7
④ 2×3^2 ⑤ $2^3\times5^2$

12 신경향

두 자리 자연수 중에서 약수의 개수가 3인 자연수의 개수는?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

13

90을 소인수분해하면 $2\times3^a\times b$일 때, 자연수 a, b에 대하여 $a+b$의 값을 구하고, 그 과정을 서술하시오.
(단, b는 소수이다.) [5점]

14 실수유발

1이 아닌 자연수 n을 소인수분해할 때, 소인수 2가 곱해진 개수를 $A(n)$, 소인수 3이 곱해진 개수를 $B(n)$이라 하자. 예를 들어 $18=2\times3^2$이므로 $A(18)=1$, $B(18)=2$이다. $A(48)+B(180)$의 값을 구하고, 그 과정을 서술하시오. [7점]

15 출제유력

84에 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되도록 할 때, 곱할 수 있는 자연수 중에서 가장 작은 수를 구하고, 그 과정을 서술하시오. [6점]

16

$1\times2\times3\times\cdots\times8$의 약수의 개수를 구하고, 그 과정을 서술하시오. [6점]

실전 문제 2회

맞은 개수 : 개 | 시간 : 45분

01

다음 두 조건을 모두 만족시키는 자연수는?

(가) 55보다 크고 61보다 작은 자연수이다.
(나) 약수의 개수는 2이다.

① 56 ② 57 ③ 58
④ 59 ⑤ 60

02

다음 중 10보다 크고 30보다 작은 자연수 중에서 가장 큰 소수와 가장 작은 합성수의 합은?

① 35 ② 39 ③ 41
④ 43 ⑤ 44

03

다음 중 옳은 것은?

① 1은 소수이다.
② 31은 합성수이다.
③ 15 이하의 소수는 6개이다.
④ 합성수는 약수가 3개인 수이다.
⑤ 모든 자연수는 약수가 2개 이상이다.

04 실수유발

$2^{30}+3^{20}$의 일의 자리의 숫자는?

① 0 ② 2 ③ 5
④ 6 ⑤ 9

05

다음 중 소인수분해한 것으로 옳지 않은 것은?

① $14=2\times7$ ② $18=2\times9$
③ $54=2\times3^3$ ④ $64=2^6$
⑤ $112=2^4\times7$

06

180의 모든 소인수의 합은?

① 10 ② 13 ③ 15
④ 18 ⑤ 20

07 출제유력

300을 소인수분해하면 $2^2\times a\times 5^b$일 때, 자연수 a, b에 대하여 $a+b$의 값은? (단, a는 소수이다.)

① 5 ② 6 ③ 7
④ 8 ⑤ 9

08 신경향

다음에 주어진 규칙에 따라 비밀번호를 만들 때, 비밀번호가 나머지 넷과 다른 한 수는?

[규칙 1] 주어진 수를 소인수분해한다.
[규칙 2] 소인수분해한 결과의 소인수만을 작은 수부터 차례대로 쓰면 그 수가 비밀번호이다.

① 30 ② 40 ③ 60
④ 90 ⑤ 120

09

서로 다른 두 주사위를 던져서 나온 눈의 수를 각각 a, b라 하자. $72\times a\times b$가 어떤 자연수의 제곱이 되도록 할 때, 가능한 순서쌍 (a, b)의 개수는?

① 3 ② 4 ③ 5
④ 6 ⑤ 7

10

148을 자연수로 나누어 어떤 자연수의 제곱이 되도록 할 때, 나눌 수 있는 가장 작은 자연수는?

① 2 ② 4 ③ 11
④ 19 ⑤ 37

11

$\frac{250}{n}$이 자연수가 되게 하는 자연수 n의 개수는?

① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10

12

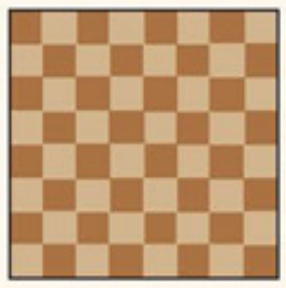
50 이하의 자연수 중 약수의 개수가 6인 자연수의 개수는?

① 2 ② 3 ③ 4
④ 6 ⑤ 8

13 스토리텔링

그림과 같은 〈64칸 체스판〉에 다음과 같은 규칙으로 쌀을 올려놓을 때, 61번째 칸에 올라갈 쌀의 개수를 거듭제곱을 이용하여 나타내고, 그 과정을 서술하시오. [5점]

첫 번째 칸에는 쌀 5톨을 올리고, 두 번째 칸에는 10톨, 세 번째 칸에는 20톨, 네 번째 칸에는 40톨, …과 같이 칸을 옮길 때마다 앞 칸보다 2배 많은 쌀을 올려놓는다



14 실수유발

20 이하의 자연수의 곱 $1\times2\times3\times\cdots\times20$을 소인수분해하면 $2^a\times3^b\times5^c\times7^d\times11^e\times13\times17\times19$일 때, $a+b+c+d+e$의 값을 구하고, 그 과정을 서술하시오.

(단, a, b, c, d, e는 자연수이다.) [8점]

15

소인수분해를 이용하여 40의 약수를 모두 구하고, 그 과정을 서술하시오. [6점]

16

144의 약수 중에서 12의 배수의 개수를 구하고, 그 과정을 서술하시오. [7점]

최다 오답 문제

실수없이 완벽하게!

다음 중 두 자연수가 항상 서로소가 아닌 것은?

① 서로 다른 두 소수
② 기약분수의 분자와 분모
③ 소수와 합성수인 두 자연수
④ 최대공약수가 1인 두 자연수
⑤ 공통인 소인수가 없는 두 자연수

실수 요소

본 단원의 경우, 아이러니하게도 학생들이 가장 실수를 많이 하는 유형은 진위(참, 거짓) 문제이다. 수학 용어에 대한 정확한 이해를 바탕으로 문제를 해결할 수 있어야 한다.

오답 피하기

수학 용어에 대한 정리가 필수이다.

(1) 소수: 1보다 큰 자연수 중에서 1과 자기 자신만을 약수로 가지는 수
(2) 합성수: 1보다 큰 자연수 중에서 소수가 아닌 수
(3) 기약분수: 분자와 분모의 공약수가 1뿐인 분수
(4) 소인수: 자연수의 인수 중에서 소수인 것
(5) 서로소: 최대공약수가 1인 두 자연수

② 기약분수를 의미하는 표현으로 아래와 같은 표현을 많이 사용하기도 한다.

기약분수의 표현 ➡ $\frac{a}{b}$ (a, b는 서로소)

③ 틀린 예로 소수인 3과 그의 배수인 합성수 12는 서로소가 아니다.

답: ③

최다 오답 유사문제

자연수는 약수의 개수에 따라 1, 소수, 합성수로 나눌 수 있다.

- 다섯 명의 학생이 자연수에 대하여 이야기를 나누고 있다. 틀리게 이야기를 한 학생 2명은?

① 연수: 1보다 큰 자연수 중에서 1과 자기 자신만을 약수로 가지는 수를 '소수'라고 해. 즉, 소수의 약수는 2개뿐이야.
② 명진: 1과 자기 자신 이외의 수를 약수로 가지는 수를 '합성수'라고 해. 즉, 합성수의 약수는 3개가 되지.
③ 하영: 자연수 중에서 1은 소수도 아니고, 합성수도 아니야.
④ 소희: 5^2, 5^3, 5^4, …을 각각 5의 제곱, 5의 세제곱, 5의 네제곱, …으로 읽어. 그리고 이들을 통틀어 '5의 거듭제곱'이라고 해.
⑤ 태성: 모든 짝수는 2의 배수이므로 짝수는 모두 합성수야.

실전 모의고사 1회

제한시간	점수 : 점
45분	이름 :

1. 선택형 20문항, 서술형 5문항으로 되어 있습니다.
2. 주어진 문제를 잘 읽고, 가장 알맞은 답을 답안지에 정확하게 표기하시오.

01

30보다 작은 자연수 중에서 약수가 2개인 것의 개수는? [3점]

① 6 ② 8 ③ 10
④ 12 ⑤ 14

02

$2\times3^3\times7^2$에 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되도록 할 때, 곱할 수 있는 가장 작은 자연수는? [4점]

① 5 ② 6 ③ 7
④ 14 ⑤ 21

03

두 수 $2^2\times3^a\times5$, $2^b\times3^2$의 최대공약수가 $2^2\times3$, 최소공배수가 $2^3\times3^2\times5$일 때, $a+b$의 값은? [4점]

① 2 ② 3 ③ 4
④ 5 ⑤ 6

04

다음 중 자연수에 대한 설명으로 옳지 않은 것은? [4점]

① 서로소인 두 자연수는 공약수가 1뿐이다.
② 2를 제외한 모든 소수는 홀수이다.
③ 모든 소수는 약수가 1개이다.
④ 서로 다른 두 소수의 곱의 약수는 4개이다.
⑤ 1은 소수가 아니다.

05

가로의 길이가 8 cm, 세로의 길이가 6 cm, 높이가 4 cm인 직육면체 모양의 벽돌을 쌓아서 되도록 작은 정육면체 모양을 만들려고 한다. 이때 필요한 벽돌은 모두 몇 장인가? [4점]

① 18장 ② 36장 ③ 72장
④ 144장 ⑤ 256장

06

144의 약수 중에서 어떤 자연수의 제곱이 되는 수의 개수는? [4점]

① 2 ② 4 ③ 6
④ 8 ⑤ 10

07

어떤 두 자연수의 곱이 120이고 최소공배수가 60일 때, 두 수의 최대공약수는? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

족집게 마무리 객관식 80선

적중률 100%를 보장하는 객관식 80문제를 수록하였습니다.

Ⅰ-1 소인수분해

01 01 소수와 합성수

다음 중 소수의 개수는?

1, 7, 23, 33, 47, 51, 57

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

02 03 소수와 합성수의 성질

다음 〈보기〉에서 자연수에 대한 설명으로 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

보기
ㄱ. 가장 작은 소수는 3이다.
ㄴ. 두 소수의 합은 항상 소수이다.
ㄷ. 소수의 약수는 2개이다.
ㄹ. 자연수는 소수와 합성수로 이루어져 있다.
ㅁ. 합성수는 약수의 개수가 3개 이상이다.
ㅂ. 1은 그 자신만을 약수로 가지므로 소수이다.

① ㄱ, ㄴ ② ㄷ, ㅁ ③ ㄱ, ㄹ, ㅁ
④ ㄴ, ㄹ, ㅂ ⑤ ㄷ, ㅁ, ㅂ

03 04 거듭제곱으로 나타내기

다음 중 거듭제곱에 대한 표현으로 옳은 것은?

① $8=2^4$
② $3\times3\times3\times5=3^5$
③ $5\times5\times5\times5=4^5$
④ $3\times3\times3\times5\times5=3^3\times5^2$
⑤ $\frac{1}{4\times4\times7\times7\times7}=\frac{1}{4^3\times7^2}$

04 06 거듭제곱으로 나타냈을 때 밑과 지수 구하기

$5\times2\times3\times3\times2\times2\times3\times5=2^a\times3^b\times5^c$일 때, 자연수 a, b, c에 대하여 $a+b+c$의 값은?

① 3 ② 5 ③ 7
④ 8 ⑤ 30

05 07 일의 자리의 숫자 구하기

3^{100}의 일의 자리의 숫자는?

① 1 ② 3 ③ 5
④ 7 ⑤ 9

06 08 소인수분해하기

다음 중 소인수분해를 한 것으로 옳은 것은?

① $16=2^2\times4$ ② $27=3\times9$
③ $32=30+2$ ④ $40=4\times10$
⑤ $42=2\times3\times7$

족집게 마무리 서술형 20선

적중률 100%를 보장하는 서술형 20문제를 수록하였습니다.

Ⅰ-1 소인수분해

01 ⑫ 소인수분해한 결과에서 밑과 지수 구하기

1200을 소인수분해하면 $2^a \times 3^b \times 5^c$일 때, 자연수 a, b, c에 대하여 $a+b+c$의 값을 구하고, 그 과정을 서술하시오. [6점]

02 ⑬ 가장 작은 자연수를 곱하여 제곱인 수 만들기

$180 \times a = b^2$을 만족시키는 가장 작은 자연수 a, b의 값을 각각 구하려고 한다. 다음 물음에 답하고, 그 과정을 서술하시오. [6점]

(1) 180을 소인수분해하시오. (2점)

(2) 가장 작은 자연수 a의 값을 구하시오. (2점)

(3) 가장 작은 자연수 b의 값을 구하시오. (2점)

03 ⑯ 소인수분해를 이용하여 약수 구하기

소인수분해를 이용하여 100의 약수를 모두 구하고, 그 과정을 서술하시오. [6점]

Ⅰ-2 최대공약수와 최소공배수

04 ⑭ 최소공배수 구하기

소인수분해를 이용하여 세 수 30, 45, 90의 최대공약수와 최소공배수를 각각 구하려고 한다. 다음 물음에 답하고, 그 과정을 서술하시오. [7점]

(1) 30, 45, 90을 각각 소인수분해하시오. (3점)

(2) (1)의 결과를 이용하여 세 수의 최대공약수를 구하시오. (2점)

(3) (1)의 결과를 이용하여 세 수의 최소공배수를 구하시오. (2점)

고난도 기출문제

01

다음 조건을 모두 만족시키는 n의 개수는?

(가) n은 30 이하의 자연수이다.
(나) n의 약수를 모두 더한 값은 $n+1$이다.

① 5 ② 8 ③ 10
④ 13 ⑤ 15

02

7^{154}을 9로 나누었을 때의 나머지는?

① 1 ② 3 ③ 5
④ 7 ⑤ 9

03

자연수 n을 소인수분해하였을 때, 소인수 2의 지수를 $\ll n \gg$이라 하자. 예를 들어 $24=2^3\times3$이므로 $\ll 24 \gg=3$이다. 이때 $\ll n \gg=4$가 되는 1000 이하의 자연수 n의 개수는?

① 19 ② 31 ③ 37
④ 43 ⑤ 49

04

세 자리 소수 127을 두 번 연달아 적어서 여섯 자리 수 127127을 얻었다. 이 여섯 자리 수 127127을 소인수분해했을 때, 소인수의 개수는?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

2020학년도 1학기 중간고사

100발 100중

기/출/문/제/집

본 교재의 정답 및 해설과 정오표는 홈페이지를 통해 확인하실 수 있습니다.

www.100bal.com

정가 10,000원

ISBN 979-11-90562-27-6