

- 2022 개정 교육과정 -

중등
수학

기출문제집

100밤 100종

문제 풀이 강좌 ▶ 무료 동영상 제공 ▶ 코너별 쪽 강좌 또는 풀 강좌 제공

1

• 1학기
중간고사

- 전국 중학교 시험지를 분석하여 뽑은 절대 적중 문제
- 해결 전략이 필요한 문제는 쌍둥이 문제로 집중 학습
- 출제율이 높은 서술형 문제의 연습 및 체득
- 실전 중심의 구성과 족집게 문제로 최종 마무리
- 교과서 속 특이 문제를 재구성하여 학교 시험 완벽 대비



중등
수학

기출문제집

1.1학기
중간고사

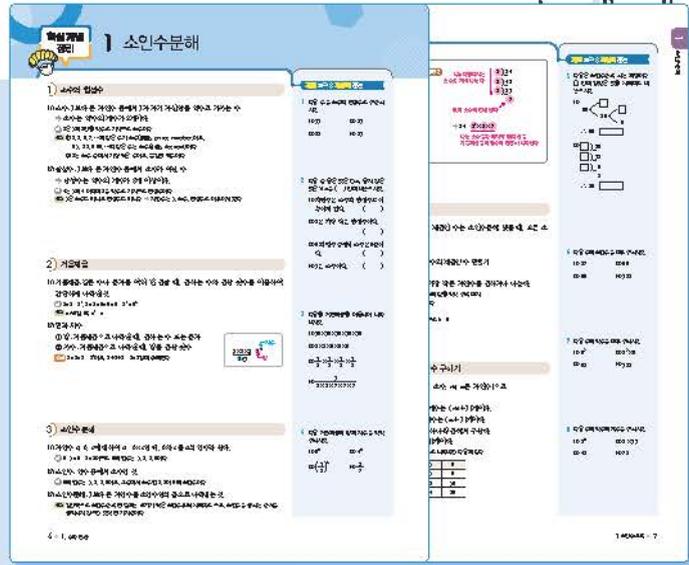
100발 100중 중등수학 기출문제집은,

전국 중학교 기출문제를 분석하고 연구하여 다양한 유형의 문제들을 출제유형에 따라 중단원별로 구성하였습니다.
실전 중심 문제로 구성하였으며 실전 모의고사, 족집게 마무리, 교과서 쪽 문제, 고난도 기출문제로 최종 마무리를 할 수 있도록 하였습니다.



I 출제유형 분석

- 전국 중학교 기출문제 분석에 따른 Database로 출제 유형 및 출제율 제시



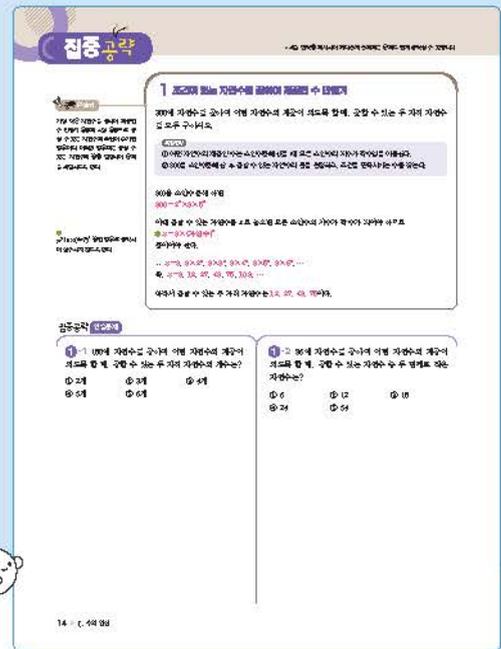
I 교과서 핵심 개념 정리

- 교과서 개념을 체계적으로 정리
- 개념 확인이 가능한 [개념 체크 & 계산력 훈련] 문제 제시



I 기출 BEST, 기출 BEST 쌍둥이

- 출제율이 높은 유형의 문제로 구성
- 하나의 유형을 두 번에 걸쳐 반복 학습할 수 있도록 쌍둥이 문제 제시



I 집중공략

- 조건이나 형태가 바뀌어 일반적인 풀이 방법으로는 접근하기 쉽지 않은 문제들을 골라 해결전략 제시
- 문제 해결 방법을 익힐 수 있도록 쌍둥이 연습문제 제시

이 책의 목차

I 수와 연산

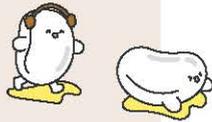
1 소인수분해	005
2 최대공약수와 최소공배수	025
3 정수와 유리수	045
4 정수와 유리수의 계산	065

II 문자와 식

1 문자의 사용과 식	093
-------------	-----

+ 부록

• 실전 모의고사 7회분	114
• 족집게 마무리 객관식 80선	142
• 족집게 마무리 서술형 20선	156
• 교과서 썩 문제	161
• 고난도 기출문제	166



(단원별 Plan)

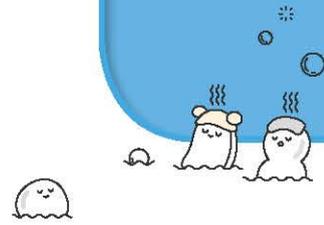
살펴보세요

단원명	기출 BEST		기출 BEST <small>장문어</small>		집중공략		서술형 문제		실전문제 1회		실전문제 2회		최다 오답문제	
소인수분해	원	일	원	일	원	일	원	일	원	일	원	일	원	일
최대공약수와 최소공배수	원	일	원	일	원	일	원	일	원	일	원	일	원	일
정수와 유리수	원	일	원	일	원	일	원	일	원	일	원	일	원	일
정수와 유리수의 계산	원	일	원	일	원	일	원	일	원	일	원	일	원	일
문자의 사용과 식	원	일	원	일	원	일	원	일	원	일	원	일	원	일

부록	실전 모의고사 7회분		족집게 마무리 객관식 80선		족집게 마무리 서술형 20선		교과서 썩 문제		고난도 기출문제	
	원	일	원	일	원	일	원	일	원	일

I

수와 연산



1 소인수분해

출제 유형	오답 베스트 5	난이도	출제율
★ 01 소수와 합성수		●	90%
02 소수와 합성수의 성질	1	●●●●	80%
★ 03 거듭제곱으로 나타내기		●●	90%
04 거듭제곱으로 나타냈을 때, 밑과 지수 구하기		●●	80%
05 거듭제곱한 수의 일의 자리의 숫자 구하기	3	●●●●●●	50%
★ 06 소인수분해 하기		●●	90%
07 소인수 구하기 <small>(서술)</small>		●●●	80%
08 소인수분해 한 결과에서 밑과 지수 구하기 <small>(서술)</small>	5	●●	80%
★ 09 가장 작은 자연수를 곱하여 제곱인 수 만들기 <small>(서술)</small>		●●●●	90%
10 가장 작은 자연수로 나누어 제곱인 수 만들기	4	●●●●	70%
11 곱하거나 나누어 제곱인 수가 되도록 하는 자연수 구하기		●●●●●	60%
12 소인수분해를 이용하여 약수 구하기 <small>(서술)</small>		●●●●	80%
13 약수의 개수 구하기 <small>(서술)</small>		●●●●	70%
14 약수의 개수가 주어질 때, 밑과 지수 구하기		●●●●	70%
15 약수의 개수가 주어질 때, 곱해야 하는 수 구하기	2	●●●●●	60%
16 약수의 개수가 주어진 자연수 구하기		●●●●●	50%



1) 소수와 합성수

(1) 소수: 1보다 큰 자연수 중에서 1과 자기 자신만을 약수로 가지는 수

→ 소수는 약수의 개수가 2개이다.

예 3은 1과 3만을 약수로 가지므로 소수이다.

참고 ① 2, 3, 5, 7, ...과 같은 수가 소수(素數; prime number)이고,

0.1, 2.3, 0.05, ...와 같은 수는 소수(小數; decimal)이다.

② 2는 소수 중에서 가장 작은 수이고, 유일한 짝수이다.

(2) 합성수: 1보다 큰 자연수 중에서 소수가 아닌 수

→ 합성수는 약수의 개수가 3개 이상이다.

예 4는 1과 4 이외에 2를 약수로 가지므로 합성수이다.

참고 1은 소수도 아니고 합성수도 아니다. → 자연수는 1, 소수, 합성수로 이루어져 있다.

2) 거듭제곱

(1) 거듭제곱: 같은 수나 문자를 여러 번 곱할 때, 곱하는 수와 곱한 횟수를 이용하여 간단하게 나타낸 것

예 $3 \times 3 = 3^2$, $2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5 = 2^2 \times 5^3$

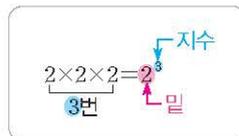
참고 $a \neq 0$ 일 때, $a^1 = a$

(2) 밑과 지수

① 밑: 거듭제곱으로 나타낼 때, 곱하는 수 또는 문자

② 지수: 거듭제곱으로 나타낼 때, 밑을 곱한 횟수

주의 $2 \times 2 \times 2 = 2^3$ 이고, $2 + 2 + 2 = 2 \times 3$ 임에 주의한다.



3) 소인수분해

(1) 자연수 a, b, c 에 대하여 $a = b \times c$ 일 때, b 와 c 를 a 의 인수라 한다.

예 $6 = 1 \times 6 = 2 \times 3$ 이므로 6의 인수는 1, 2, 3, 6이다.

(2) 소인수: 인수 중에서 소수인 것

예 6의 인수는 1, 2, 3, 6이고, 그중에서 소수인 2, 3이 6의 소인수이다.

(3) 소인수분해: 1보다 큰 자연수를 소인수만의 곱으로 나타내는 것

참고 일반적으로 소인수분해 한 결과는 크기가 작은 소인수부터 차례대로 쓰고, 소인수를 곱하는 순서를 생각하지 않으면 오직 한 가지뿐이다.

개념 체크 & 계산력 훈련

1 다음 수를 소수와 합성수로 구분하십시오.

(1) 11 (2) 21

(3) 23 (4) 31

2 다음 중 옳은 것은 ○표, 옳지 않은 것은 ×표를 () 안에 써넣으시오.

(1) 자연수는 소수와 합성수로 이루어져 있다. ()

(2) 2는 가장 작은 합성수이다. ()

(3) 5의 배수 중에서 소수는 5뿐이다. ()

(4) 1은 소수이다. ()

3 다음을 거듭제곱을 이용하여 나타내시오.

(1) $10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10$

(2) $3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5$

(3) $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$

(4) $\frac{1}{2 \times 2 \times 7 \times 7 \times 7}$

4 다음 거듭제곱의 밑과 지수를 각각 구하십시오.

(1) 5^2 (2) 4^3

(3) $\left(\frac{1}{3}\right)^5$ (4) $\frac{2}{7}$

소인수분해 하는 방법

방법 1

가지의 끝이 모두 소수가 될 때까지 계속한다.

→ $84 = 2^2 \times 3 \times 7$

가지의 끝의 소수들의 곱을 거듭제곱을 이용하여 간단히 나타낸다.

방법 2

나누어떨어지는 소수로 계속 나눈다.

몫이 소수이면 끝낸다.

→ $84 = 2^2 \times 3 \times 7$

나눈 소수들과 마지막 몫의 곱을 거듭제곱을 이용하여 간단히 나타낸다.

개념 체크 & 계산력 훈련

5 다음은 소인수분해 하는 과정이다. □ 안에 알맞은 것을 차례대로 써 넣으시오.

(1)

∴ $50 = \square$

(2)

∴ $36 = \square$

6 다음 수의 소인수를 모두 구하시오.

- (1) 27 (2) 56
- (3) 60 (4) 128

7 다음 수의 약수를 모두 구하시오.

- (1) 5^3 (2) $2^3 \times 5$
- (3) 98 (4) 132

8 다음 수의 약수의 개수를 구하시오.

- (1) 2^2 (2) 3×11
- (3) 42 (4) 72

4 어떤 자연수의 제곱인 수의 특징

(1) 어떤 자연수의 제곱인 수: 어떤 자연수의 제곱인 수는 소인수분해 했을 때, 모든 소인수의 지수가 짝수이다.

예 $4^2 = 2^4, 6^2 = 2^2 \times 3^2, 10^2 = 2^2 \times 5^2$

(2) 가장 작은 자연수를 곱하여(나누어) 자연수의 제곱인 수 만들기

- ① 주어진 수를 소인수분해 한다.
- ② 홀수인 지수를 짝수가 되도록 하는 가장 작은 자연수를 곱하거나 나눈다.

예 $12 \times a = b^2$ 을 만족시키는 가장 작은 자연수 a, b 의 값을 각각 구해 보자.

$12 = 2^2 \times 3$ 이므로 $a = 3 \times (\text{자연수})^2$ 꼴이어야 한다.

따라서 가장 작은 자연수 a 의 값은 3이다.

이때 $b^2 = (2^2 \times 3) \times 3 = 2^2 \times 3^2 = (2 \times 3)^2 = 6^2$ 이므로 $b = 6$

5 소인수분해를 이용하여 약수의 개수 구하기

자연수 A 가 $A = a^m \times b^n$ (a, b 는 서로 다른 소수, m, n 은 자연수)으로 소인수분해 될 때,

- (1) a^m 의 약수는 $1, a, a^2, \dots, a^m$ 이고, 그 개수는 $(m+1)$ 개이다.
- (2) b^n 의 약수는 $1, b, b^2, \dots, b^n$ 이고, 그 개수는 $(n+1)$ 개이다.
- (3) A 의 약수는 a^m 의 약수와 b^n 의 약수를 하나씩 곱해서 구한다.
- (4) A 의 약수의 개수는 $\{(m+1) \times (n+1)\}$ 개이다.

예 20을 소인수분해 하면 $20 = 2^2 \times 5$ 이므로 약수를 표로 나타내면 다음과 같다.

×	1	5
1	1	5
2	2	10
2^2	4	20

- ① 20의 약수 → 1, 2, 4, 5, 10, 20
- ② 20의 약수의 개수 → $(2+1) \times (1+1) = 6(\text{개})$

01 ① 소수와 합성수

다음 중 소수인 것은?

- ① 1 ② 13 ③ 16
 ④ 28 ⑤ 35

02 ① 소수와 합성수

30과 50 사이의 자연수 중에서 약수의 개수가 2개인 수의 개수는?

- ① 4개 ② 5개 ③ 6개
 ④ 7개 ⑤ 8개

03 ② 소수와 합성수의 성질

다음 중 옳은 것은?

- ① 51은 소수이다.
 ② 소수는 모두 홀수이다.
 ③ 10 이하의 소수의 개수는 5개이다.
 ④ 1은 소수도 아니고 합성수도 아니다.
 ⑤ 합성수는 약수의 개수가 2개 이상인 자연수이다.

04 ③ 거듭제곱으로 나타내기

다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ① $3^3=9$
 ② $\frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} = \left(\frac{3}{4}\right)^4$
 ③ $2+2+2+2=2^4$
 ④ $\frac{1}{8} \times \frac{1}{8} \times \frac{1}{8} \times \frac{1}{8} = \frac{4}{8^4}$
 ⑤ $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 = 2^4 \times 5^2$

05 ④ 거듭제곱으로 나타냈을 때, 밑과 지수 구하기

$2^a=16$, $b^2=49$ 를 만족시키는 자연수 a , b 에 대하여 $a+b$ 의 값은?

- ① 9 ② 11 ③ 13
 ④ 15 ⑤ 17

06 ④ 거듭제곱으로 나타냈을 때, 밑과 지수 구하기

$2 \times 3 \times 2 \times 5 \times 2 \times 3 \times 2 = 2^x \times 3^y \times 5^z$ 일 때, 자연수 x , y , z 에 대하여 $x \times y \times z$ 의 값은?

- ① 8 ② 10 ③ 12
 ④ 15 ⑤ 18



07 06 소인수분해 하기

다음 중 소인수분해 한 것으로 옳지 않은 것은?

- ① $12 - 2^2 \times 3$ ② $40 - 2^3 \times 5$
- ③ $45 - 3^2 \times 5$ ④ $54 - 3^2 \times 6$
- ⑤ $90 - 2 \times 3^2 \times 5$

08 07 소인수 구하기

140의 소인수를 모두 구하면?

- ① 2, 7 ② 2, 5, 7 ③ $2^2, 5$
- ④ 3, 5, 7 ⑤ 1, 2, 5, 7

09 07 소인수 구하기

다음 중 소인수가 나머지 넷과 다른 하나는?

- ① 12 ② 24 ③ 36
- ④ 64 ⑤ 216

10 08 소인수분해 한 결과에서 밑과 지수 구하기

108을 소인수분해 하면 $2^a \times 3^b$ 일 때, 자연수 a, b 에 대하여 $b - a$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

집중공략 1

11 09 가장 작은 자연수를 곱하여 제곱인 수 만들기

48에 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되도록 할 때, 곱할 수 있는 가장 작은 자연수는?

- ① 2 ② 3 ③ 6
- ④ 12 ⑤ 18

동영상

12 10 가장 작은 자연수로 나누어 제곱인 수 만들기

60을 자연수로 나누어 어떤 자연수의 제곱이 되도록 할 때, 나눌 수 있는 가장 작은 자연수는?

- ① 2 ② 3 ③ 6
- ④ 10 ⑤ 15

(기출 Best)



동영상

13 ① 곱하거나 나누어 제곱인 수가 되도록 하는 자연수 구하기

18에 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되도록 할 때, 다음 중 곱하는 수로 적당하지 않은 것은?

- ① 2 ② 3 ③ 2^3
- ④ 2×3^2 ⑤ 2×5^2

14 ② 소인수분해를 이용하여 약수 구하기

다음은 소인수분해를 이용하여 100의 약수를 구하는 과정이다. 이때 (가)~(마)에 들어갈 것으로 옳은 것은?

100을 소인수분해 하면 (가)이다.

×	1	(나)	(다)
1			
2			(라)
2^2		(마)	

따라서 100의 약수는 1, 2, ..., 100이다.

- ① (가): $2^2 \times 5^3$ ② (나): 3 ③ (다): 3^2
- ④ (라): 10 ⑤ (마): 20

15 ② 소인수분해를 이용하여 약수 구하기

다음 중 120의 약수가 아닌 것은?

- ① $2^2 \times 3$ ② $2^3 \times 3$ ③ 2×5^2
- ④ $2 \times 3 \times 5$ ⑤ $2^2 \times 3 \times 5$

16 ③ 약수의 개수 구하기

다음 중 약수의 개수가 가장 많은 것은?

- ① $3^3 \times 7$ ② $2^3 \times 7^2$ ③ 2×5
- ④ 56 ⑤ 147

17 ④ 약수의 개수가 주어질 때, 밑과 지수 구하기

$3^2 \times 5^a$ 의 약수의 개수가 12개일 때, 자연수 a 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

집중공략 2 ▶ 동영상

18 ⑤ 약수의 개수가 주어질 때, 곱해야 하는 수 구하기

$2^4 \times \square$ 의 약수의 개수가 20개일 때, 다음 중 \square 안에 들어갈 수 있는 자연수가 아닌 것은?

- ① 3^3 ② 5^3 ③ 7^2
- ④ 15 ⑤ 77



01 ① 소수와 합성수

다음 중 소수가 아닌 것은?

- ① 2 ② 3 ③ 7
 ④ 15 ⑤ 19

02 ① 소수와 합성수

다음 수 중에서 소수의 개수를 a 개, 합성수의 개수를 b 개라 할 때, $a-b$ 의 값은?

1, 2, 6, 11, 13, 17, 25, 33

- ① 0 ② 1 ③ 2
 ④ 3 ⑤ 4

동영상

03 ② 소수와 합성수의 성질

다음 <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

• 보기 •

- ㄱ. 짝수인 소수는 없다.
 ㄴ. 소수는 약수의 개수가 2개이다.
 ㄷ. 20 이하의 소수의 개수는 8개이다.
 ㄹ. 두 소수의 합은 항상 합성수이다.
 ㅁ. 소수가 아닌 자연수는 합성수이다.

- ① ㄱ, ㄹ ② ㄴ, ㄷ ③ ㄷ, ㅁ
 ④ ㄴ, ㄷ, ㄹ ⑤ ㄴ, ㄹ, ㅁ

04 ③ 거듭제곱으로 나타내기

다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $2 \times 2 - 2^2$
 ② $3 \times 3 \times 3 - 3^3$
 ③ $6 \times 6 \times 6 \times 6 - 6^4$
 ④ $2 \times 2 \times 2 \times 7 \times 7 - 2^3 \times 7^2$
 ⑤ $3 \times 3 \times 3 + 5 \times 5 \times 5 \times 5 - 3^3 \times 5^5$

05 ④ 거듭제곱으로 나타냈을 때, 밑과 지수 구하기

$2^a - 64$, $3^b - 81$, $c^3 - 125$ 를 만족시키는 자연수 a , b , c 에 대하여 $a+b+c$ 의 값은?

- ① 11 ② 12 ③ 13
 ④ 14 ⑤ 15

06 ④ 거듭제곱으로 나타냈을 때, 밑과 지수 구하기

$3 \times 3 \times 2 \times 3 \times 7 \times 2 \times 7 - 2^a \times b^3 \times 7^c$ 일 때, 자연수 a , b , c 에 대하여 $a+b-c$ 의 값은? (단, b 는 소수)

- ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

07 소인수분해 하기

다음 중 소인수분해 한 것으로 옳은 것은?

- ① $24=2^2 \times 6$ ② $40=2^3 \times 5$
- ③ $63=9 \times 7$ ④ $84=4 \times 3 \times 7$
- ⑤ $132=2 \times 6 \times 11$

08 소인수 구하기

126의 모든 소인수의 합은?

- ① 8 ② 10 ③ 12
- ④ 14 ⑤ 16

09 소인수 구하기

다음 중 $2^3 \times 5 \times 11$ 과 소인수가 같은 것은?

- ① 100 ② 130 ③ 220
- ④ $2^2 \times 5^3 \times 7$ ⑤ $2^{11} \times 3^2 \times 5$

10 소인수분해 한 결과에서 밑과 지수 구하기

$2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7$ 을 소인수분해 했을 때, 2의 지수와 3의 지수의 합은?

- ① 2 ② 3 ③ 4
- ④ 5 ⑤ 6

집중공략! 동영상
11 가장 작은 자연수를 곱하여 제곱인 수 만들기

150에 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되도록 할 때, 곱할 수 있는 가장 작은 자연수는?

- ① 2 ② 3 ③ 5
- ④ 6 ⑤ 10

12 가장 작은 자연수로 나누어 제곱인 수 만들기

504를 자연수로 나누어 어떤 자연수의 제곱이 되도록 할 때, 나눌 수 있는 가장 작은 자연수는?

- ① 2 ② 3 ③ 6
- ④ 7 ⑤ 14



동영상

13 ⑪ 곱하거나 나누어 제곱인 수가 되도록 하는 자연수 구하기

600을 자연수로 나누어 어떤 자연수의 제곱이 되도록 할 때, 다음 중 나누는 수로 적당한 것을 모두 고르면?

(정답 2개)

- ① 6 ② 12 ③ 24
- ④ 50 ⑤ 120

14 ⑫ 소인수분해를 이용하여 약수 구하기

다음 표는 소인수분해를 이용하여 36의 약수를 구하는 과정이다. 이때 빈칸에 들어갈 약수들의 합은?

×	1	3	3 ²
1	1	3	9
2	2	6	
2 ²	4		36

- ① 30 ② 38 ③ 45
- ④ 48 ⑤ 54

15 ⑬ 소인수분해를 이용하여 약수 구하기

다음 중 2⁴×5²×7의 약수가 아닌 것은?

- ① 16 ② 35 ③ 42
- ④ 56 ⑤ 140

16 ⑭ 약수의 개수 구하기

다음 중 약수의 개수가 나머지 넷과 다른 하나는?

- ① 2²×3³ ② 2²×3×5 ③ 3²×5²
- ④ 2×3²×5 ⑤ 2¹¹

17 ⑮ 약수의 개수가 주어질 때, 밑과 지수 구하기

2²×3^a×11²의 약수의 개수가 36개일 때, 자연수 a의 값은?

- ① 1 ② 3 ③ 5
- ④ 7 ⑤ 9

집중공략 2 동영상

18 ⑯ 약수의 개수가 주어질 때, 곱해야 하는 수 구하기

24×□의 약수의 개수가 16개일 때, 다음 중 □ 안에 들어갈 수 있는 자연수가 아닌 것은?

- ① 5 ② 7 ③ 9
- ④ 12 ⑤ 16

공략 Point

가장 작은 자연수를 곱하여 제곱인 수 만들기 유형의 확장 유형으로 곱할 수 있는 자연수의 조건이 추가된 경우이다. 이러한 경우에는 곱할 수 있는 자연수의 꼴을 결정하여 문제를 해결하도록 한다.

★ x 가 $3 \times (\text{소수})^2$ 꼴인 경우로 생각하여 실수하지 않도록 한다.

1 조건이 있는 자연수를 곱하여 제곱인 수 만들기

300에 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되도록 할 때, 곱할 수 있는 두 자리 자연수를 모두 구하시오.

해결 전략

- ① 어떤 자연수의 제곱인 수는 소인수분해했을 때, 모든 소인수의 지수가 짝수임을 이용한다.
- ② 300을 소인수분해 한 후 곱할 수 있는 자연수의 꼴을 결정하고, 조건을 만족시키는 수를 찾는다.

300을 소인수분해 하면

$$300 = 2^2 \times 3 \times 5^2$$

이때 곱할 수 있는 자연수를 x 로 놓으면 모든 소인수의 지수가 짝수가 되어야 하므로

$$\star x = 3 \times (\text{자연수})^2$$

꼴이어야 한다.

$$\therefore x = 3, 3 \times 2^2, 3 \times 3^2, 3 \times 4^2, 3 \times 5^2, 3 \times 6^2, \dots$$

$$\text{즉, } x = 3, 12, 27, 48, 75, 108, \dots$$

따라서 곱할 수 있는 두 자리 자연수는 12, 27, 48, 75이다.

집중공략 연습문제

1-1 180에 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되도록 할 때, 곱할 수 있는 두 자리 자연수의 개수는?

- ① 2개 ② 3개 ③ 4개
④ 5개 ⑤ 6개

1-2 96에 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되도록 할 때, 곱할 수 있는 자연수 중 두 번째로 작은 자연수는?

- ① 6 ② 12 ③ 18
④ 24 ⑤ 54



2 약수의 개수가 주어진 자연수 구하기

공략 Point

약수의 개수가 주어졌을 때, 자연수를 구하는 유형으로 주어진 약수의 개수를 만족시키는 자연수의 꼴을 결정하는데 어려움을 느끼게 된다. 약수의 개수를 구하는 방법을 제대로 이해하고 있는지가 무엇보다 중요하다.

★ 3은 소수이므로 약수의 개수가 3개인 자연수의 약수의 개수는 $(2+1)$ 개로 표현할 수 밖에 없다.

20부터 50까지의 자연수 중에서 약수의 개수가 3개인 자연수의 개수를 구하시오.

해결전략

- ① 약수의 개수가 3개인 자연수는 어떤 꼴로 소인수분해 되는지 생각하여 본다.
- ② 20부터 50까지의 자연수 중 ①을 만족시키는 자연수의 개수를 구한다.

★ 약수의 개수가 3개인 자연수는 $(소수)^2$ 꼴로 소인수분해 되는 자연수이다.

이때 20부터 50까지의 자연수 중에서 $(소수)^2$ 꼴로 소인수분해 되는 자연수는 $5^2=25, 7^2=49$ 이다.

따라서 20부터 50까지의 자연수 중에서 약수의 개수가 3개인 자연수의 개수는 2개이다.

집중공략 연습문제

2-1 50 이하의 자연수 중에서 약수의 개수가 3개인 자연수의 개수는?

- ① 4개 ② 9개 ③ 10개
- ④ 11개 ⑤ 12개

2-2 다음 조건을 모두 만족시키는 모든 자연수의 합은?

(가) 소인수분해 하면 소인수는 2와 3뿐이다.
(나) 약수의 개수는 6개이다.

- ① 30 ② 40 ③ 60
- ④ 150 ⑤ 180

(서술형문제)

• 제시된 서술 방법을 학습하면 누구나 모범답안을 작성할 수 있습니다.

서술 Tip

자연수의 곱의 꼴을 소인수분해 하는 서술 유형으로 합성수를 소인수분해 하여 제시하는 과정에서 실수하는 일이 없어야 한다.

① 10 이하의 자연수의 곱을 바르게 소인수분해 한다.

② a, b, c 의 값을 각각 바르게 구한다.

③ $a+b+c$ 의 값을 바르게 구한다.

1 자연수의 곱의 꼴을 바르게 소인수분해 하기

10 이하의 자연수의 곱 $1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 10$ 을 소인수분해 하면 $2^a \times 3^b \times 5^c \times 7$ 이다. 이때 자연수 a, b, c 에 대하여 $a+b+c$ 의 값을 구하고, 그 과정을 서술하시오. [7점]

모범답안

10 이하의 자연수 중에서 합성수를 소인수분해 하면

4 = , 6 = , 8 = ,

① 9 = , 10 =

이므로 $1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 10$ 을 소인수분해 하면

..... [3점]

② - 즉, $a =$, $b =$, $c =$ 이므로 [3점]

③ - $a+b+c =$ [1점]

서술유형 연습문제

① -1 $10 \times 12 \times 14 \times 16 \times 18$ 을 소인수분해 하면 $2^a \times 3^b \times 5^c \times 7$ 일 때, 자연수 a, b, c 에 대하여 $a+b+c$ 의 값을 구하고, 그 과정을 서술하시오. [7점]

① -2 12 이하의 자연수의 곱 $1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 12$ 를 소인수분해 하면 $2^a \times 3^b \times 5^c \times 7 \times 11$ 이다. 이때 자연수 a, b, c 에 대하여 $a+b+c$ 의 값을 구하고, 그 과정을 서술하시오. [7점]



2 가장 작은 자연수를 곱하여 제곱인 수 만들기

서술 Tip

가장 작은 자연수를 곱하여 제곱인 수를 만들 때, 가장 작은 자연수를 구하는 서술 유형으로 출제율이 상당히 높다. 곱할 수 있는 수의 꼴을 정확하게 제시하는 것이 중요하다.

- ① 750을 바르게 소인수분해 한다.
- ② 곱할 수 있는 자연수의 꼴을 바르게 제시한다.
- ③ 곱할 수 있는 가장 작은 자연수를 바르게 구한다.

750에 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되도록 할 때, 곱할 수 있는 가장 작은 자연수를 구하고, 그 과정을 서술하시오. [6점]

모범답안

- ① 750을 소인수분해하면
 $750 = 2 \times 3 \times 5^3$ [2점]
- ② 이때 곱할 수 있는 자연수를 x 로 놓으면
 $x = 2 \times 3 \times 5 \times (\text{자연수})^2$ [2점]
 풀이어야 한다.
- ③ 따라서 이러한 x 의 값 중에서 가장 작은 자연수는 30이다. [2점]

서술유형 연습문제

2-1 198에 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되도록 하려고 한다. 다음 물음에 답하고, 그 과정을 서술하시오. [6점]

(1) 198을 소인수분해 하시오. (2점)

(2) 곱할 수 있는 자연수 중 가장 작은 자연수를 구하시오. (4점)

2-2 600에 가장 작은 자연수 a 를 곱하여 어떤 자연수 b 의 제곱이 되도록 하려고 한다. 이때 a, b 의 값을 각각 구하고, 그 과정을 서술하시오. [7점]

실전 문제 1회

• 학교 시험 수준의 실전 문제를 수록하여 단원을 마무리할 수 있습니다.

01

오른쪽 표에서 소수가 적힌 칸을 찾아 모두 색칠할 때, 나오는 한글 자음은?

15	87	91	49	39
53	31	2	11	79
69	13	9	7	45
23	57	51	81	19

- ① ㅁ ② ㅂ
 ③ ㅅ ④ ㅈ
 ⑤ ㅊ

02 100점 100문

다음 중 옳은 것은?

- ① 가장 작은 소수는 1이다.
 ② 20보다 작은 소수의 개수는 10개이다.
 ③ 2를 제외한 모든 짝수는 합성수이다.
 ④ 소수가 아닌 자연수는 모두 합성수이다.
 ⑤ 합성수는 1과 자기 자신만을 약수로 갖는다.

03

$4^a=64$, $5^b=625$ 를 만족시키는 자연수 a , b 에 대하여 $b-a$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

04 100점 100문

$2 \times 5 \times 5 \times 3 \times 5 \times 3 \times 5 = 2^a \times 3^b \times 5^c$ 일 때, 자연수 a , b , c 에 대하여 $a+b+c$ 의 값은?

- ① 5 ② 6 ③ 7
 ④ 8 ⑤ 9

05 실수유발 동영상

7^{108} 의 일의 자리의 숫자는?

- ① 1 ② 3 ③ 5
 ④ 7 ⑤ 9

06

다음 중 소인수분해 한 것으로 옳은 것은?

- ① $12=2 \times 6$ ② $27=3 \times 9$
 ③ $90=3^2 \times 10$ ④ $100=10^2$
 ⑤ $110=2 \times 5 \times 11$



07

다음 중 소인수가 나머지 넷과 다른 하나는?

- ① 18 ② 20 ③ 36
- ④ 96 ⑤ 144



10

다음 중 약수의 개수가 나머지 넷과 다른 하나는?

- ① 20 ② 45 ③ 13^5
- ④ 216 ⑤ $2^2 \times 3$



08 동영상

$147 \times a - b^2$ 을 만족시키는 가장 작은 자연수 a, b 에 대하여 $b - a$ 의 값은?

- ① 16 ② 18 ③ 20
- ④ 22 ⑤ 24



11 실수유발

$2^2 \times \square$ 의 약수의 개수가 12개일 때, 다음 중 \square 안에 들어갈 수 있는 자연수는?

- ① 3^4 ② 3^6 ③ 2×7
- ④ 2×3^2 ⑤ $2^3 \times 5^2$



09

400의 약수 중에서 어떤 자연수의 제곱이 되는 수의 개수는?

- ① 3개 ② 4개 ③ 5개
- ④ 6개 ⑤ 7개



12 동영상

두 자리 자연수 중에서 약수의 개수가 3개인 자연수의 개수는?

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개
- ④ 4개 ⑤ 5개





13



252의 모든 소인수의 합을 구하려고 한다. 다음 물음에 답하고, 그 과정을 서술하시오. [5점]

(1) 252를 소인수분해 하시오. (2점)

(2) 252의 모든 소인수의 합을 구하시오. (3점)

14



$540 - 2^a \times 3^b \times c$ 일 때, 자연수 a, b, c 에 대하여 $a \times b \times c$ 의 값을 구하고, 그 과정을 서술하시오. (단, c 는 소수) [6점]

15

100명 100명



84에 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되도록 할 때, 곱할 수 있는 가장 작은 자연수를 구하고, 그 과정을 서술하시오. [6점]

16

동영상



8 이하의 자연수의 곱 $1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 8$ 의 약수의 개수를 구하고, 그 과정을 서술하시오. [6점]



• 학교 시험 수준의 실전 문제를 수록하여 단원을 마무리할 수 있습니다.

▶ 정답 및 해설 11쪽

실전 문제 회

01 100% 100%

10보다 크고 30보다 작은 자연수 중에서 가장 큰 소수와 가장 작은 합성수의 합은?

- ① 35 ② 39 ③ 41
- ④ 43 ⑤ 44

02

다음 중 옳은 것은?

- ① 1은 소수이다.
- ② 31은 합성수이다.
- ③ 15 이하의 소수의 개수는 6개이다.
- ④ 합성수는 약수의 개수가 3개인 수이다.
- ⑤ 모든 자연수는 약수의 개수가 2개 이상이다.

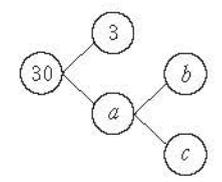
03 100% 100%

다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ① $2^3 - 6$
- ② $3 + 3 + 3 + 3 - 3^4$
- ③ $2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 - 2^2 \times 3^3$
- ④ $\frac{3 \times 3 \times 3}{4 \times 4} - \frac{3^3}{4^2}$
- ⑤ $\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} - \frac{4}{3}$

04

오른쪽 그림은 30을 소인수분해 하는 과정이다. 이때 자연수 a, b, c 에 대하여 $a+b+c$ 의 값은?



- ① 7 ② 10
- ③ 15 ④ 17
- ⑤ 23

05 실수유발 동영상

다음 조건을 모두 만족시키는 자연수는?

(가) 60보다 크고 66보다 작은 자연수이다.
 (나) 소인수의 개수는 2개이고, 이 두 소인수의 합은 10이다.

- ① 61 ② 62 ③ 63
- ④ 64 ⑤ 65

06 100% 100%

440을 소인수분해 하면 $2^a \times 5^b \times c$ 일 때, 자연수 a, b, c 에 대하여 $a-b+c$ 의 값은?

- ① 10 ② 11 ③ 12
- ④ 13 ⑤ 14

07 ▶ 동영상



720에 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되도록 할 때, 곱할 수 있는 자연수 중 세 번째로 작은 자연수는?

- ① 9 ② 20 ③ 36
- ④ 45 ⑤ 80

08



148을 자연수로 나누어 어떤 자연수의 제곱이 되도록 할 때, 나눌 수 있는 가장 작은 자연수는?

- ① 2 ② 4 ③ 11
- ④ 19 ⑤ 37

09



150에 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되도록 할 때, 다음 중 곱하는 수로 적당하지 않은 것은?

- ① 6 ② 12 ③ 24
- ④ 54 ⑤ 96

10 ▶ 동영상



$\frac{250}{n}$ 이 자연수가 되도록 하는 자연수 n 의 개수는?

- ① 6개 ② 7개 ③ 8개
- ④ 9개 ⑤ 10개

11



144의 약수의 개수와 $2^2 \times 3^a$ 의 약수의 개수가 같을 때, 자연수 a 의 값은?

- ① 2 ② 3 ③ 4
- ④ 5 ⑤ 6

12 ▶ 동영상



50 이하의 자연수 중에서 약수의 개수가 6개인 자연수의 개수는?

- ① 2개 ② 3개 ③ 4개
- ④ 6개 ⑤ 8개



13 동영상



어느 요리사가 수타면을 만들 때, 반죽을 늘여 한 번 접으면 면은 두 가닥이 되고 두 번 접으면 면은 네 가닥이 된다. 이때 반죽을 늘여 10번 접으면 면은 몇 가닥이 되는지 거듭제곱을 이용하여 나타내고, 그 과정을 서술하시오. [5점]

14 실수유발 동영상



20 이하의 자연수의 곱 $1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 20$ 을 소인수분해 하면 $2^a \times 3^b \times 5^c \times 7^d \times 11^e \times 13 \times 17 \times 19$ 일 때, 자연수 a, b, c, d, e 에 대하여 $a+b+c+d+e$ 의 값을 구하고, 그 과정을 서술하시오. [8점]

15 100% 100%



소인수분해를 이용하여 104의 약수를 모두 구하고, 그 과정을 서술하시오. [6점]

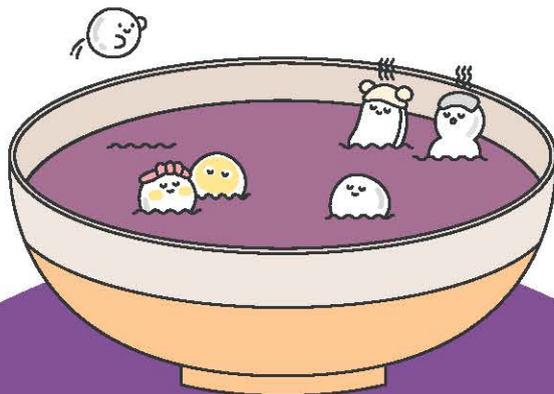
16



315의 소인수의 개수를 a 개, 약수의 개수를 b 개라 할 때, $a \times b$ 의 값을 구하고, 그 과정을 서술하시오. [7점]

부록

- 실전 모의고사 7회분 114
- 족집게 마무리 객관식 80선 142
- 족집게 마무리 서술형 20선 156
- 교과서 썩 문제 161
- 고난도 기출문제 166



1. 객관식 20문항, 서술형 5문항으로 되어 있습니다.
2. 주어진 문제를 잘 읽고, 가장 알맞은 답을 답안지에 정확하게 표기하시오.

01

다음 수 중에서 소수의 개수를 a 개, 합성수의 개수를 b 개라 할 때, $a-b$ 의 값은? [3점]

1, 2, 15, 29, 37, 53, 91, 101

- ① 0 ② 1 ③ 2
④ 3 ⑤ 4

02

$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 7 = 2^a \times 3^b \times 7$ 일 때, 자연수 a, b 에 대하여 $a-b$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

03

다음 중 소인수가 나머지 넷과 다른 하나는? [3점]

- ① 18 ② 24 ③ 32
④ 48 ⑤ 54

04 ▶ 동영상

$2^4 \times 5$ 와 $27 \times a$ 의 약수의 개수가 같을 때, 다음 중 자연수 a 의 값이 될 수 있는 수는? [4점]

- ① 4 ② 10 ③ 18
④ 21 ⑤ 25

05

두 수 $2^2 \times 3^2 \times 5^2$, $2 \times 3^3 \times 5 \times 7$ 의 최대공약수는? [3점]

- ① $2 \times 3^2 \times 5$ ② $2^2 \times 3^3 \times 5^2$
③ $3^3 \times 5 \times 7$ ④ $2 \times 3^3 \times 5^2 \times 7$
⑤ $2^2 \times 3^3 \times 5^2 \times 7$

06

다음 <보기>에서 두 수 $2 \times 3^2 \times 5$, $2^2 \times 3$ 의 공배수인 것을 모두 고른 것은? [3점]

• 보기 •

- ㄱ. 2×3^3 ㄴ. $2^3 \times 3^2 \times 5$
ㄷ. $2^3 \times 3^2 \times 7$ ㄹ. $2^2 \times 3 \times 5 \times 7$
ㅁ. $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$

- ① ㄱ, ㄷ ② ㄴ, ㅁ ③ ㄱ, ㄴ, ㄹ
④ ㄴ, ㄷ, ㅁ ⑤ ㄷ, ㄹ, ㅁ

<h1 style="margin: 0;">실전 모의고사 6회 (실력)</h1>	제한시간	점수: 점
	45분	이름: _____

1. 객관식 20문항, 서술형 5문항으로 되어 있습니다.
 2. 주어진 문제를 잘 읽고, 가장 알맞은 답을 답안지에 정확하게 표기하시오.

01

$5^3 = a$, $3^b = 27$ 을 만족시키는 자연수 a , b 에 대하여 $a + b$ 의 값은? [3점]

- ① 18 ② 28 ③ 34
 ④ 128 ⑤ 134

02 ▶ 동영상

다음 조건을 모두 만족시키는 자연수는? [4점]

(가) 25보다 크고 32보다 작다.
 (나) 소인수의 개수는 2개이고, 이 두 소인수의 합은 9이다.

- ① 27 ② 28 ③ 29
 ④ 30 ⑤ 31

03

$504 \times a = b^2$ 을 만족시키는 가장 작은 자연수 a , b 에 대하여 $b - a$ 의 값은? [3점]

- ① 50 ② 60 ③ 70
 ④ 80 ⑤ 90

04

$\frac{144}{n}$ 가 자연수가 되도록 하는 자연수 n 의 개수는? [3점]

- ① 9개 ② 12개 ③ 15개
 ④ 18개 ⑤ 24개

05 ▶ 동영상

세 자연수의 비가 2 : 5 : 7이고 최소공배수가 280일 때, 세 자연수 중에서 가장 작은 자연수는? [5점]

- ① 4 ② 8 ③ 16
 ④ 20 ⑤ 28

06 ▶ 동영상

두 수 $2^a \times 3 \times 5^2$, $2^3 \times 5^b \times c$ 의 최대공약수가 20, 최소공배수가 4200일 때, 자연수 a , b , c 에 대하여 $a \times b \times c$ 의 값은? (단, c 는 소수) [3점]

- ① 7 ② 14 ③ 21
 ④ 28 ⑤ 35

족집게 마무리

객관식 80선

•적중률 100%를 보장하는 객관식 80문제를 수록하였습니다.

I-1 소인수분해

01 소수와 합성수

다음 수 중에서 소수의 개수는?

1, 7, 23, 33, 47, 51, 57

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개
- ④ 4개 ⑤ 5개

동영상

02 소수와 합성수의 성질

다음 <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

• 보기 •

ㄱ. 가장 작은 소수는 3이다.
 ㄴ. 두 소수의 합은 항상 소수이다.
 ㄷ. 소수의 약수의 개수는 2개이다.
 ㄹ. 자연수는 소수와 합성수로 이루어져 있다.
 ㅁ. 합성수는 약수의 개수가 3개 이상이다.
 ㅂ. 1은 자기 자신만을 약수로 가지므로 소수이다.

- ① ㄱ, ㄴ ② ㄷ, ㅁ ③ ㄱ, ㄹ, ㅁ
- ④ ㄴ, ㄹ, ㅂ ⑤ ㄷ, ㅁ, ㅂ

03 거듭제곱으로 나타내기

다음 중 옳은 것은?

- ① $8=2^4$
- ② $3 \times 3 \times 3 \times 5=3^5$
- ③ $5 \times 5 \times 5 \times 5=4^5$
- ④ $3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5=3^3 \times 5^2$
- ⑤ $\frac{1}{4 \times 4 \times 7 \times 7 \times 7} = \frac{1}{4^3 \times 7^2}$

04 거듭제곱으로 나타냈을 때, 밑과 지수 구하기

$5 \times 2 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5=2^a \times 3^b \times 5^c$ 일 때, 자연수 a, b, c 에 대하여 $a+b+c$ 의 값은?

- ① 5 ② 6 ③ 7
- ④ 8 ⑤ 9

05 소인수분해 하기

다음 중 소인수분해 한 것으로 옳지 않은 것은?

- ① $60=2^2 \times 3 \times 5$ ② $72=2^3 \times 3^2$
- ③ $84=2^2 \times 3 \times 7$ ④ $120=2^2 \times 3^2 \times 5$
- ⑤ $125=5^3$

족집게 마무리

서술형 20선

•적중률 100%를 보장하는 서술형 20문제를 수록하였습니다.

I-1 소인수분해

01 소인수 구하기

168의 모든 소인수의 합을 구하려고 한다. 다음 물음에 답하고, 그 과정을 서술하시오. [5점]

(1) 168을 소인수분해 하시오. (2점)

(2) 168의 모든 소인수의 합을 구하시오. (3점)

02 소인수분해 한 결과에서 밑과 지수 구하기

1200을 소인수분해 하면 $2^a \times 3^b \times 5^c$ 일 때, 자연수 a, b, c 에 대하여 $a+b+c$ 의 값을 구하고, 그 과정을 서술하시오. [6점]

동영상

03 가장 작은 자연수를 곱하여 제곱인 수 만들기

540에 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되도록 할 때, 곱할 수 있는 가장 작은 자연수를 구하고, 그 과정을 서술하시오. [6점]

04 소인수분해를 이용하여 약수 구하기

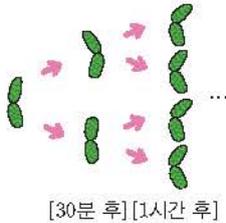
소인수분해를 이용하여 392의 약수를 모두 구하고, 그 과정을 서술하시오. [6점]



I-1 소인수분해

01

어떤 세균이 30분마다 한 번 분열하여 그 수가 2배씩 늘어난다고 한다. 이때 5시간 후의 세균의 수는 지금 세균의 수의 몇 배인지 거듭제곱을 이용하여 나타내시오.



01

다음 조건을 모두 만족시키는 자연수 n 의 개수는?

- (가) n 은 30 이하의 자연수이다.
 (나) n 의 모든 약수의 합은 $n+1$ 이다.

- ① 5개 ② 8개 ③ 10개
 ④ 11개 ⑤ 12개

02

$2^{30} + 3^{20}$ 의 일의 자리의 숫자는?

- ① 1 ② 3 ③ 5
 ④ 7 ⑤ 9

03

5^n 이 100 이하의 자연수의 곱 $1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 100$ 의 약수일 때, 자연수 n 의 값 중에서 가장 큰 수는?

- ① 20 ② 21 ③ 22
 ④ 23 ⑤ 24

04

자연수 n 을 소인수만의 곱으로 나타내었을 때, 모든 소인수의 합을 $S(n)$ 이라 하자. 예를 들어 $12 = 2 \times 2 \times 3$ 이므로 $S(12) = 2 + 2 + 3 = 7$ 이다. 어떤 자연수 x 에 대하여 서로 다른 소인수의 개수가 3개이고 $S(x) = 14$ 일 때, 모든 x 의 값의 합은?

- ① 154 ② 190 ③ 204
 ④ 238 ⑤ 274

100발100중이 만들면 표준이 됩니다.



1 중등수학 기출문제집 ·1학기 **중간고사**

에듀이E www.100bal.com 본 교재의 정답 및 해설과 정오표는 홈페이지를 통해 확인하실 수 있습니다.

정가 13,000원



ISBN 979-11-6575-716-8